

1a. (1+1+1+2 pont)

$$y' = (-y^3 + y).$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok koruli linearizalt kozelito DE-t!

Ha $y(0) = 0.1$, mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vazold a DE megoldasgorbeit!

1b. (2+3 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y_2(-y_1 - 3y_2) \\ -y_1 + 2. \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpont koruli linearizalt kozelito DE-t!

2. (4+(3+3) pont)

a)

$$y' = f(x, y) = x^3 + y^2 - 2;$$

Mennyi y'' ? Ird fel y masodrendu Talyor polinomjat az $x = 0$ pont korul, ha $y(0) = 3$!

b) Alkalmazd az Euler, illetve a Heun modszeret a kovetkezo DE-re $\Delta x = 0.01$ lepeskozzel! az $\bar{y}(2) =$ kezdeti feltetel mellett!

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 + 2y_2 \\ 3y_2^3 + x. \end{pmatrix}, \quad \bar{y}(2) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Mit josol a ket modszer $\bar{y}(2.01)$ -re?

Euler:

Heun:

3. (5+2+3 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 - 2y_2 \\ 2y_1 + y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Keresd meg A sajatertekeit es sajátvektorait!

Ird fel a DE altalanos megoldasat!

Szamold ki a DE partikularis megoldasat!

4. (5 × 2 pont)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Mennyi e^{xA} ?

Ird fel a

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y_1 \\ 6y_1 + 2y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

DE partikularis megoldasat e^{xA} segitsegevel!

2b) Ird at a kovetkezo DE rendszert elsorendu DE rendszerre!

$$\frac{d^2}{dx^2} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1'' - y_2 \\ 2y_2' - 3y_1' \end{pmatrix}$$

Mennyi $z = e^{1-i\pi}$?