

1. (3+2+2+3)

Add meg egy ortonormált bázisát $\mathcal{H} = L^2([0, 2], dx)$ -nek.

Legyen $f(t) = t^2$, $g(t) = t^3$, $\mathcal{L}(t^n) = n!/s^{n+1}$. Mennyi $f * g$ Laplace transzformáltja?

$\phi_t(t, x) = \phi_{xx}(t, x)$, $\phi(0, x) = \cos(5x) + \exp(2ix) + 4$. Mennyi $\phi(t, x)$?

$\phi_{tt}(t, x) = \phi_{xx}(t, x)$, $\phi(0, x) = 1 + \sin(3x)$, $\phi_t(0, x) = -\sin(3x)$. Mennyi $\phi(t, x)$?

2. (2+1+(2+4+1) point)

Ha $y''' + 7y' - 8y = e^{i\omega t}$, $y = A(\omega)e^{i\omega t}$, akkor mennyi $A(\omega)$?

Legyen $f(x) = H(t-3)H(3-t)$. Ha $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(p)e^{ipx} dp$,

akkor mennyi $\hat{f}(7)$?

Oldd meg a következő DE-t a következő kezdeti feltételek mellett: ($G(t) = 0$, if $t < 0$) !

$$G''/2 + 18G = \delta.$$

Számítsd ki!

$$G(0^+) - G(0^-) =$$

$$G'(0^+) - G'(0^-) =$$

Mennyi $G(t)$?

Mennyi a megoldása a $0.5y'' + 18y = f(t)$ DE-nek, ha $(y(t) = f(t) = 0$, ha $t \ll 0$) ?

3a. (1+1+1+2 point)

$$y' = (e^y - e^2).$$

Keressd meg a DE fixpontjait!

Ha $y(0) = 1$, akkor mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = ?$$

Rajzold le az $y(x)$ megoldásgörbét a DE-nek!

3b. (2+3 point)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-y_1+3} - 1 \\ 2y_2y_1 \end{pmatrix}$$

Keressd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok körüli linearizált közelítő DE-t!

4. (3+3)+(2+2) point)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_1 + 2y_2 \\ -3y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Keressd meg A sajátértékeit és sajátvektorait!

Ird fel a partikuláris megoldást!

Legyen $f(t) = t^2$, $g(t) = 3$. Mennyi $(f * g)(t)$?

Legyen $f(t) = 1 - 0.3H(5-t)$. Mennyi $(\mathcal{L}(f))(s)$?