

1a. (1+1+1+2 pont)

$$y' = \frac{1}{1+y^2} - 1/2.$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok koruli linearizalt kozelito DE-t!

Ha  $y(0) = 0$ , mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vazold a DE megoldasgorbeit!

1b. (2+3 pont) Legyen

$$y' = f(x, y) = y - x.$$

Alkalmazd az Euler, illetve a Heun modszer  $\Delta x = 0.1$  lepeskozzel, ha  $y(2) = 3$ . Mit josomal ezek a modszerrek  $y(2.1)$ -re?

2. (5+2+3 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 + 3y_2 \\ 4y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Keresd meg  $A$  sajatertekeit es sajátvektorait!

Ird fel a DE altalanos megoldasat!

Mennyi

$$\begin{pmatrix} y_1(1) \\ y_2(1) \end{pmatrix} \quad ?$$

3a. (1+2+2 pont) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2i \\ -i & -3 - i \end{pmatrix}.$$

Mennyi  $A^*$  ?Mennyi a  $v = (2 + 3i, 4 - i)^T$  es a  $w = (4, i)^T$  vektorok belso szorzata?Legyen  $f_1 = (\sin(-30^\circ), i \cos(-30^\circ))^T$ ,  $f_2 = (z, \cos(-30^\circ))^T$  egy ortonormalt bazis. Mennyi  $z$  ?A  $v = (5, 6)^T$  vektor kifejezhető az  $f$ -ek linearis  $\alpha f_1 + \beta f_2$  kombinaciojakent! Mennyi  $\alpha$  ?

3b. (2+3 pont)

Legyen  $f(x) = \cos(3x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}$ , ha  $x \in (-\pi, \pi)$ . Szamold ki a nem nulla  $\hat{f}_n$  egyutthatokat!Szamitsd ki a Laplace tr. definicioja alapjan:  $\mathcal{L}(\cos(2t))$ 

4a. (3+1 pont)

Oldd meg!  $G' + 5G = \delta$ , es  $G(t) = 0$  negativ  $t$ -kre.Ird fel  $G$  segitsegevel az  $y'' + 5y = f(t)$  egyenlet megoldasat, ha  $y(t) = f(t) = 0$  negativ  $t$ -kre!

4b. (3+2+1 pont)

$$y' + 4y = 3, \quad y(0) = 7.$$

Szamold ki  $y(t)$ -nek az  $Y(s)$  Laplace transzformaltjat!Szamold ki  $Y(s)$  parcialis tort felbontasat (az egyutthatokkal egyutt)!Mennyi  $\mathcal{L}^{-1}(Y(s))$  ?Mennyi  $y(t)$  ?