4. (2+2+2+2+2 pont)
Legyen $y'' + 3y' + 4y = e^{5it}$! Ird fel az egyenlet egy megoldasat!

Legyen $2\partial^2_{xt} e^{i(kx-\omega t)} = 0$. Milyen algebrai egyenletet teljesit k es ω? Mi ennek a megoldashalmaza?

Legyen

$$\phi(0,x) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} n^{-3} \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \qquad \phi_t(0,x) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} n^{-33} \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}},$$

$$\phi(t,x) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} c_n(t) \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \qquad \partial_{tt}\phi(t,x) = \frac{1}{4}\partial^2_{xx}\phi(t,x).$$

Ird fel a $c_n(t)$ fuggvenyekre vonatkozo kozonseges DE-ket (kezdeti feltetellel egyutt)!

Mennyi $c_n(t)$?

Mennyi

$$\exp\left[t\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\right] \qquad ?$$

1. (3+2+1+3+1 pont)
$y'' - 4y = 5(t-2)^2,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3$. Mennyi $Y(s)$? ($\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$)

Milyen $Y(s)$ parcialis tort felbontasanak a strukturaja?

Mennyi $y(t)$?

Oldd meg a $G'' - 4G = \delta(t)$ egyenletet, ahol $G(t) = 0$, ha $t < 0$!

Ird fel $G(t)$ segitsegevel az $y'' - 4y = f(t)$ egyenlet megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ amikor $t < 0$!
3a. (1+1+1+2 pont)
$y' = -y^2 + 4x$.
Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok koruli linearizalt kozelito DE-t!

Ha $y(0) = 0.5$, mennyi
$\lim_{x\to\infty} y(x) =$ $\qquad$ $\lim_{x\to-\infty} y(x) =$
Vazold a DE megoldasgorbeit!

3b. (2+3 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (y_2-3)y_1 \\ (y_2-5)(y_1-6). \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjat!

Ird fel a fixpont koruli linearizalt kozelito DE-t!
2. (3+4+3 pont)
a)

$$y' = f(x,y) = -y^2 - x^2;$$

Mennyi y'' ? Ird fel y masodrendu Talor polinomjat az $x = 3$ pont korul, ha $y(3) = 1$!

b) Alkalmazd az Euler, illetve a Heun modszert a kovetkezo DE-re $\Delta x = 0.1$ lepeskozzel az $y(3) = 1$ kezdeti feltetel mellett!

$$y' = -y^2 - x^2.$$

Mit josol a ket modszer $y(3.1)$-re?
Euler:

Heun:

c) Legyen $f(x) = 1/x^3,\ \ x_0 = 3$. Ird fel f-nek a linearis $f(x_0 + \Delta x) \approx T_1(x_0 + \Delta x)$ kozeliteset, ha $\Delta x = 0.1$! Mennyi $\max_{z\in[x_0, x_0+\Delta x]} |f''(z)|$? Adj nemtrivialis felso korlatot a kozelites $|\text{hiba}(\Delta x)| = |f(x_0 + \Delta x) - T_1(x_0 + \Delta x)|$ hibajara!