

4.(2+2+3+3 pont)

Legyen  $(3\partial_{xx}^2 - 7\partial_{xx}^2 - 2\partial_{xt}^2) e^{i(kx-\omega t)} = 0$ . Milyen algebrai egyenletet teljesít  $k$  és  $\omega$ ?

Legyen

$$\begin{aligned}\phi(0, x) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{1}{n^6} \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, & \phi_t(0, x) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{1}{n^8} \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \\ \phi(t, x) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n(t) \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, & 6\partial_{tt}\phi(t, x) &= \partial_{xx}^2\phi(t, x).\end{aligned}$$

Ird fel a  $c_n(t)$  függvényekre vonatkozó közösséges DE-ket (kezdeti feltetellel együtt)!

A Zh2, Diff.Egy., 2015.05.04.

NEPTUN:

Gyak.Vez.:

Név:

Aláírás:

1.(1+1+2+3+3 pont)

Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2i \\ -i+1 & 3i \end{pmatrix}.$$

Mennyi  $A^*$ ?

Legyen  $f_1 = (1/\sqrt{2}, i/\sqrt{2})^T$ ,  $f_2 = (z, i/\sqrt{2})^T$  egy ortonormált bazis. Mennyi  $z$ ?

A  $v = (5, 6)^T$  vektor kifejezheto az  $f$ -ek lineáris  $\alpha f_1 + \beta f_2$  kombinációjával! Mennyi  $\alpha$ ?

Legyen

$$\phi(0, x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{1}{n} \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \quad \phi(t, x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} d_n(t) \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \quad 6\partial_t\phi(t, x) = \partial_{xx}^2\phi(t, x).$$

Ird fel a  $d_n(t)$  függvényekre vonatkozó közösséges DE-ket (kezdeti feltetellel együtt)!

Legyen  $f(x) = -H(-t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}$ , ha  $x \in (-\pi, \pi)$  Mennyi  $\hat{f}_{-5}$ ?

Mennyi

$$\exp \left[ t \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} \right]$$

Fejezd ki trigonometrikus függvények segítségével  $\hat{f}_{-5} \frac{e^{i(-5)x}}{\sqrt{2\pi}} + \hat{f}_5 \frac{e^{i5x}}{\sqrt{2\pi}} - t!$

2. (2+1+3+3+1 pont)

Szamitsd ki a Laplace tr. definicioja alapjan a kovetkezoket:

a)  $F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(e^{-5t+7})$ .

$F(s) =$

3. (5 × 2 pont)

$y'' - 9y = 5t^3$ ,  $y(0) = 6$ ,  $y'(0) = 7$ . Mennyi  $Y(s)$ ? ( $\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$ )

$Y(s) =$

Mi a megoldasa a  $y'' - 9y = 0$ ,  $y(0) = 6$ ,  $y'(0) = 7$  DE-nek?

Esetunkben milyen  $s$  eseten letezik a Laplace transzformaciót definialó improprios integral?

$F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(H(t-4)e^{5t})$  (Itt  $H$  a Heaviside függvény.)

$F(s) =$

Oldd meg a  $G'' + 9G = \delta(t)$  egyenletet, ahol  $G(t) = 0$ , ha  $t < 0$ !

b) Szamold ki az  $f(t) = e^{4t}$  és a  $g(t) = e^{-5t}$  függvények  $h = f * g$  konvolucióját!

Rajzold le  $G(t)$ -t!

Mennyi  $\mathcal{L}(f(t))\mathcal{L}(g(t)) - \mathcal{L}(h(t))$ ?

Ird fel  $G(t)$  segítségevel az  $y'' + 9y = f(t)$  egyenlet megoldását, ha  $y(t) = f(t) = 0$  amikor  $t < 0$ !