

4.(2+2+4+2 pont)

Legyen $y'' + 2y' + 3y = e^{-7it}$! Ird fel az egyenlet egy megoldását!

Legyen

$$\begin{aligned}\phi(0, x) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{-|n|} \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, & \phi_t(0, x) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{-2|n|} \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \\ \phi(t, x) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n(t) \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, & \partial_{tt}\phi(t, x) &= \frac{1}{4} \partial_{xx}^2 \phi(t, x).\end{aligned}$$

Ird fel a $c_n(t)$ függvényekre vonatkozó közönséges DE-ket (kezdeti feltetellel együtt)!

Legyen

$$\phi(0, x) = \cos(2x) + 3 \sin(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \quad \phi(t, x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} d_n(t) \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \quad \partial_t \phi(t, x) = \frac{1}{4} \partial_{xx}^2 \phi(t, x).$$

Melyek a nem null \hat{f}_n -ek? Ird fel a $d_n(t)$ függvényekre vonatkozó közönséges DE-ket (kezdeti feltetellel együtt)! Mi a DE megoldása?

Mennyi

$$\exp \left[t \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \quad ?$$

1.(1+2+2+3+2 pont)

Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 2i & -2i \\ 7 & 3i \end{pmatrix}.$$

Mennyi A^* ?

Legyen $f_1 = (\sin(-30^\circ), i \cos(-30^\circ))^T$, $f_2 = (\cos(-30^\circ), z)^T$ egy ortonormált bázis. Mennyi z ?

A $v = (1, 2)^T$ vektor kifejezhető az f -ek lineáris $\alpha f_1 + \beta f_2$ kombinációjaként! Mennyi α ?

Legyen $f(x) = -H(-t + \pi) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}$, ha $x \in (-\pi, \pi)$ Mennyi \hat{f}_{-2} ?

Legyen $f(x) = -H(-t + \pi) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}$, ha $x \in (-\pi, \pi)$ Mennyi \hat{f}_0 ?

2. (2+1+3+3+1 pont)

Számítsd ki a Laplace tr. definíciója alapján a következőket:

a) $F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(\sin(3t - 1))$.

$F(s) =$

Esetünkben milyen s esetén létezik a Laplace transzformációt definiáló impropius integrál?

$F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(H(t + 4)e^{5t})$ (Itt H a Heaviside függvény.)

$F(s) =$

b) Számold ki az $f(t) = t^2$ és a $g(t) = t$ függvények $h = f * g$ konvolúcióját!

Mennyi $\mathcal{L}(f(t))\mathcal{L}(g(t)) - \mathcal{L}(h(t))$?

3. (5 × 2 pont)

$y'' + 4y = 5t^4$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. Mennyi $Y(s)$? ($\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$)

$Y(s) =$

Milyen $Y(s)$ parciális tört felbontásának a struktúrája? Mennyi $y(t)$?

Mi a megoldása a $y'' + 4y = 0$, $y(0) = 6$, $y'(0) = 7$ DE-nek?

Oldd meg a $G'' + 4G = \delta(t)$ egyenletet, ahol $G(t) = 0$, ha $t < 0$!

Ird fel $G(t)$ segítségével az $y'' + 4y = f(t)$ egyenlet megoldását, ha $y(t) = f(t) = 0$ amikor $t < 0$!