

1a. (5 pont)

$$y' = e^y - e^2.$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok koruli linearizalt kozelito DE-t!

Ha $y(0) = 1.5$, mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vazold a DE megoldasgorbeit!

1b. (5 pont) Legyen

$$\partial_t \phi(t, x) = 3\partial_x^2 \phi(t, x), \quad \phi(t, x + \pi) = \phi(t, x), \quad \phi(0, x) = f(x),$$

ahol $f(x) = 3$, ha $x \in [0, 1]$, amugy 0 a $[0, \pi]$ intervalum tobbi reszen. Fejezd ki $\phi(t, x)$ -t Fourier sor segitsegevel!

2. (2+3+5 pont)

a) Legyen $f(x) = 1/\sqrt{x-1}$. Ird fel f linearis approximaciojat az $x_0 = 2$ pont korul! Adj minel pontosabb felso korlatot a linearis approximacio hibajara, vagyis $|f(2 + \Delta x) - f(2) - f'(2)\Delta x|$ -re, ha $\Delta x \in [0, 0.1]$!

b) Alkalmazd az Euler, illetve a Heun modszert a kovetkezo DE-re $\Delta x = 0.01$ lepeskozzel az $y(1) = 3$ kezdeti feltetel mellett!

$$y' = (x + y)(x - y).$$

Mit josol a ket modszer $y(1.01)$ -re?

Euler:

Heun:

c) Keres numerikus egyenleteket a kovetkezo DE kozelito megoldasara:

$$x^2 u''(x) + u'(x) + xu(x) = 3x - 1, \quad u(0) = u(1) = 0.$$

Approximaljuk az u fuggvenyt a kovetkezo vektorral: $\vec{u}_i = u(i\Delta x)$, $i = 1, \dots, 4$, $\Delta x = 1/5$.

- Kozelitsd $u''(x)$ -t az $u(x \pm \Delta x)$, $u(x)$ ertekek segitsegevel!
- Ird fel az ennek megfelelo veges differencias kozeliteset a DE-nek mint egy inhom.lin. egyenletet a \vec{u} vektorra!

3. (5+2+3 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y_1 + 3y_2 \\ -3y_1 + 2y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Keresd meg A sajatertekeit es sajátvektorait!

Ird fel a DE altalanos megoldasat!

Szamold ki a DE partikularis megoldasat!

4. ((2+2+1)+(3+1+1) pont)

A) $2y'' + 5y = (t + e^{4t})^2$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$. Mennyi $Y(s)$? ($\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$)

Ird fel $Y(s)$ parcialis tort felbontasat! (Az egyutthatokat nek kell kiszamolni.)

Mennyi $y(t)$?

B) Oldd meg a $y'' - 9y = f(t)$ DE-t:

1. Keresd meg a G retardalt Green fuggvenyt!
2. G segitsegevel fejezd ki y -t, ha $y(t) = f(t) = 0$ amikor $t \ll 0$!
3. Hasznald G -t arra, hogy kifejezd a megoldast $t > 0$ -ra, ha $y(0) = 7$!