

4. (2+2+3+3 pont)

A) Legyen $\left(4 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) e^{i(kx+\omega t)} = 0$. Milyen algebrai egyenletet teljesít k és ω ? Mekkora sebességgel mozog egy ilyen síkhullám?

B) Legyen

$$\partial_t \phi(t, x) = \partial_x^2 \phi(t, x), \quad \phi(t, x+2) = \phi(t, x), \quad \phi(0, x) = f(x),$$

ahol $f(x) = 5$, ha $x \in [1, 2]$, amúgy 0 a $[0, 2]$ intervallum többi részén.

1. Írd fel egy ortonormált bázist $L^2([0, 2], dx)$ -nek!

2. Számold ki f ezen bázis szerinti kifejtését!

3. Mennyi $\phi(t, x)$? Használj Fourier sort ϕ kifejezésére!

B. Zh2, Diff.Egy., 2018.05.02.

NEPTUN:

Név:

Aláírás:

1. (4+4+2 pont)

Számítsd ki a Laplace tr. definíciója alapján a következőket:

a) $F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(\cos(-2t + 7))$.

$F(s) =$

Esetünkben milyen s esetén létezik a Laplace transzformációt definiáló impropius integrál?

b) Számold ki az $f(t) = t^2$ és a $g(t) = t$ függvények $h = f * g$ konvolúcióját!

Mennyi $\mathcal{L}(f(t))\mathcal{L}(g(t)) - \mathcal{L}(h(t))$?

c) $a_{n+1} = a_n - 8$, $a_0 = 78$. Mennyi a sorozat általános a_n tagja?

2. ((1+3)+(3+3) pont)

A) Veges differenciak.

Keress numerikus egyenleteket a kovetkezo DE kozelito megoldasara:

$$u''(x) + (1 - x)u'(x) = 2 - x, \quad u(0) = u(1) = 0.$$

Approximaljuk az u fuggvenyt a kovetkezo vektorral: $\vec{u}_i = u(i\Delta x)$, $i = 1, \dots, 3$, $\Delta x = 1/4$.

- Kozelitsd $u''(x)$ -t az $u(x \pm \Delta x)$, $u(x)$ ertekek segitsegevel!

- Ird fel az ennek megfelelo veges differencias kozeliteset a DE-nek mint egy inhom.lin. egyenletet a \vec{u} vektorra!

B) Veges elemek, variacios elv.

Oszd fel a $[0, 1]$ intervallumot 4 reszre a kovetkezo pontokkal: $x_i = 0.2, 0.4, 0.8$. Legyen $v(x)$ az a folytonos fuggveny, amelyik affine az alintervallumokon es az ertekei az $x = 0, 0.2, 0.4, 0.8, 1$ pontokban a kovetkezoek: $0, v_1, v_2, v_3, 0$.

- Szamitsd ki, mennyi

$$Energy[v] = \int_0^1 2(v' - 3)^2 - (x^2 + 1)v \, dx$$

kozelitoleg vagy pontosan! Kozelito szamitas eseten add meg, hogy milyen kozelitest hasznaltal!

- Ird fel az EL egyenleteket az $Energy[u]$ funkcionalra!

3. ((2+2+1)+2+3 pont)

A) $y'' - 4y' + 8y = 5t^3$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. Mennyi $Y(s)$? ($\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$)

Hogy nez ki $Y(s)$ parcialis tort felbontasa?

Mennyi $y(t)$?

B) Legyen $f(x) = 1/x^3$. Ird fel f linearis approximaciojat az $x_0 = 1$ pont korul! Adj minel pontosabb felso korlatot a linearis approximacio hibajara, vagyis $|f(1 + \Delta x) - f(1) - f'(1)\Delta x|$ -re, ha $\Delta x \in [0, 0.1]$!

C) Legyen $y'(t) = (y(t) - 2)(t - 3)$, $y(1) = 2$. Ird fel $y(1 + \Delta t)$ harmadrendu Taylor polinomjat!