

4. (2+3+5 pont)

A) Legyen $(2\partial_{xx}^2 - 3\partial_{tt}^2 + 4\partial_{xt}^2) e^{i(kx+\omega t)} = 0$. Milyen algebrai egyenletet teljesít k és ω ?

B) Legyen

$$\partial_t \phi(t, x) = \partial_x^2 \phi(t, x), \quad \phi(t, x + \pi) = \phi(t, x), \quad \phi(0, x) = f(x),$$

ahol $f(x) = 5$, ha $x \in [2, 3]$, amugy 0 a $[0, \pi]$ intervalum többi részén.

1. Írd fel egy ortonormált bazist $L^2([0, \pi], dx)$ -nek!

2. Mennyi $\phi(t, x)$?

Zh2, Diff.Egy., 2017.05.05.

NEPTUN:

Név:

Aláírás:

1. (2+1+3+3+1 pont)

Számítsd ki a Laplace tr. definíciója alapján a következőket:

a) $F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(e^{-2t+7})$.

$F(s) =$

Esetünkben milyen s eseten létezik a Laplace transzformációt definiáló impropius integrál?

$F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(H(-2t + 3)e^{-5t})$ (Itt H a Heaviside függvény.)

$F(s) =$

b) Számold ki az $f(t) = 4t^2$ és a $g(t) = -5$ függvények $h = f * g$ konvolúcióját!

Mennyi $\mathcal{L}(f(t))\mathcal{L}(g(t)) - \mathcal{L}(h(t))$?

2. (4+(3+1+2) pont)

A) Veges differenciak.

Keress numerikus egyenleteket a kovetkezo DE kozelito megoldasara:

$$u''(x) + xu(x) = x(1 - x), \quad u(0) = u(1) = 0.$$

Approximaljuk az u fuggvenyt a kovetkezo vektorral: $\vec{u}_i = u(i\Delta x)$, $i = 1, \dots, 4$, $\Delta x = 1/5$.

- Kozelitsd $u''(x)$ -t az $u(x \pm \Delta x)$, $u(x)$ ertekek segitsegevel!

- Ird fel az ennek megfelelo veges differencias kozeliteset a DE-nek mint egy inhom.lin. egyenletet a \vec{u} vektorra!

B) Veges elemek, variacios elv.

Oszd fel a $[0, 1]$ intervallumot 4 reszre a kovetkezo pontokkal: $x_i = 0.3, 0.5, 0.7$. Legyen $v(x)$ az a folytonos fuggveny, amelyik affine az alintervallumokon es az ertekei az $x = 0, 0.2, 0.5, 0.8, 1$ pontokban a kovetkezoek: $0, v_1, v_2, v_3, 0$.

- Szamitsd ki, mennyi

$$Energy[v] = \int_0^1 (v')^2 - x(1 - x)v \, dx$$

kozelitoleg vagy pontosan! Kozelito szamitas eseten add meg, hogy milyen kozelitest hasznaltal!

- Ird fel az EL egyenleteket az $Energy[u]$ funkcionalra!
- Ird fel az igy kapott DE gyenge megfogalmazasat!

3. (5 × 2 pont)

$y'' + 4y' + 8y = 5t^3$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. Mennyi $Y(s)$? ($\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$)

Oldd meg a $G''' + 4G' + 8G = \delta(t)$ egyenletet, ahol $G(t) = 0$, ha $t < 0$!

Rajzold le $G(t)$ -t!

Ird fel a $y'' + 4y' + 8y = f(t)$ egyenlet megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ amikor $t < 0$!

Szamitsd ki az \mathbb{R} -en adott $H(t)H(1 - t)$ fuggveny Fourier transzformaltjat!