1. Legyen

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} = R + S + \lambda E,$$

ahol R antiszimmetrikus, S szimmetrikus es nulla nyomu matrix. Mennyi R, S, λ ?

Megoldas:

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1.5 \\ -1.5 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 & 2.5 \\ 2.5 & -0.5 \end{pmatrix} + 6.5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

tehat

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1.5 \\ -1.5 & 0 \end{pmatrix}, \qquad S = \begin{pmatrix} 0.5 & 2.5 \\ 2.5 & -0.5 \end{pmatrix}, \qquad \lambda = 6.5\ .$$

2. Legyen

$$P \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ a \end{pmatrix}.$$

(a) Keresd meg P sajatertekeit!

Megoldas: (A tovabiakban az $N = 3$, $\epsilon = e^{2\pi i/N}$ jeloleseket hasznaljuk.) Mivel $P^N = E$, igy a sajatertekek 1-nek az N-edik gyokei:

$$\epsilon^0 = 1,\ \ \epsilon^1,\ \ \epsilon^2,$$

vagy altalanosabban

$$\epsilon^k, \quad k = 0, \dots, N-1.$$

(b) Keress egy ortonormalt bazist P sajatvekoraibol!

Megoldas: Ha

$$\vec{v}_k = \left(\epsilon^{0\cdot k}, \epsilon^{1\cdot k}, \dots, \epsilon^{(N-1)\cdot k}\right)^T,$$

akkor

$$P\vec{v}_k = \epsilon^k \vec{v}_k\ .$$

A

$$\vec{v}_k, \qquad k = 0, \dots, N-1$$

vektorok egy ortonormalt bazist alkotnak.