Anal. III. Proba Zh2. A

1. (a) Oldd meg: $y'' - 25y = 0,\ y(0) = 10,\ y'(0) = 20$.

   (b) Oldd meg az allando varialasanak a modszerevel: $y' + 3y = 5$.

2. (a) Oldd meg a $G' + 3G = \delta$ egyenletet, ha $G(t) = 0$ negativ t-kre!

   (b) Ird fel G segitsegevel az $y' + 3y = f(t)$ egyenlet megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ negativ t-kre!

3. $y'' - 5y = 3,\ y(0) = 2\, y'(0) = 20$

   (a) Szamold ki $y(t)$-nek az $Y(s)$ Laplace transzformaltjat!

   (b) Szamold ki $Y(s)$ parcialis tort felbontasat!

   (c) Mennyi $y(t)$?

4. (a) Szamitsd ki a Laplace tr. definicioja alapjan: $\mathcal{L}(\sin(2t))$

   (b) Szamitsd ki a Laplace tr. definicioja alapjan: $\mathcal{L}(H(-t+4)e^{-5t})$

   (c)
   - Szamold ki az $f(t) = H(t-3)$ es a $g(t) = e^{5t}$ fuggvenyek $h = f * g$ konvoluciojat!
   - Mennyi $\mathcal{L}(f(t))\mathcal{L}(g(t)) - \mathcal{L}(h(t))$?

5. (a) Oldd meg! $y'' + 25y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$.

   (b) Oldd meg! $G'' + 25G = \delta$, es $G(t) = 0$ negativ t-kre.

   (c) Ird fel G segitsegevel az $y'' + 25y = f(t)$ egyenlet megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ negativ t-kre!

6. (a) Mennyi a $v = (2+3i, 4-i)^T$ es a $w = (4, i)^T$ vektorok belso szorzata?

   (b) Legyen $f_1 = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})^T$, $f_2 = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}1/\sqrt{2})^T$ egy ortonormalt bazis. A $v = (4,2)^T$ vektor kifejezheto az f-ek linearis $\alpha f_1 + \beta f_2$ kombinaciojakent! Mennyi α ?

7. (a) Legyen $f(x) = H(t - \pi/2) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}$, ha $x \in (-\pi, \pi)$ Mennyi $\hat{f}_2$?

   (b) Legyen

$$\phi(0,x) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \qquad \phi(t,x) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} d_n(t) \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \qquad 3\partial_t\phi(t,x) = \partial^2_{xx}\phi(t,x).$$

   - Ird fel a $d_n(t)$ fuggvenyekre vonatkozo kozonseges DE-ket (kezdeti feltetellel egyutt)!
   - Mennyi $d_2(t)$?