Anal. III. Zh2.

1. (a) Oldd meg: $y' - 5y = 0,\ y(0) = 2$.
   (b) Oldd meg az allando varialasanak a modszerevel: $y' - 5y = e^{3t}$.

2. (a) Oldd meg a $G' - 5G = \delta$ egyenletet, ha $G(t) = 0$ negativ t-kre!
   (b) Ird fel G segitsegevel az $y' - 5y = f(t)$ egyenlet megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ negativ t-kre!

3. $y' - 5y = 3,\ y(0) = 2$
   (a) Szamold ki $y(t)$-nek az $Y(s)$ Laplace transzformaltjat!
   (b) Szamold ki $Y(s)$ parcialis tort felbontasat!
   (c) Mennyi $y(t)$?

4. (a) Szamitsd ki a Laplace tr. definicioja alapjan: $\mathcal{L}(e^{5t-7})$
   (b) Szamitsd ki a Laplace tr. definicioja alapjan: $\mathcal{L}(H(t-4)e^{5t})$
   (c)
   - Szamold ki az $f(t) = e^{-4t}$ es a $g(t) = e^{5t}$ fuggvenyek $h = f * g$ konvoluciojat!
   - Mennyi $\mathcal{L}(f(t))\mathcal{L}(g(t)) - \mathcal{L}(h(t))$?

5. (a) Oldd meg! $y'' - 100y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$.
   (b) Oldd meg! $G'' - 100G = \delta$, es $G(t) = 0$ negativ t-kre.
   (c) Ird fel G segitsegevel az $y'' - 100y = f(t)$ egyenlet megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ negativ t-kre!

6. (a) Legyen $f_1 = (1/\sqrt{2}, i/\sqrt{2})^T,\ f_2 = (i/\sqrt{2}, z)^T$ egy ortonormalt bazis. Mennyi z ?
   (b) A $v = (4,2)^T$ vektor kifejezheto az f-ek linearis $\alpha f_1 + \beta f_2$ kombinaciojakent! Mennyi α ?

7. (a) Legyen $f(x) = H(-t) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}$, ha $x \in (-\pi,\pi)$ Mennyi $\hat{f}_3$?
   (b) Legyen

$$\phi(0,x) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \qquad \phi(t,x) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} d_n(t) \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \qquad \partial_t \phi(t,x) = 5\partial^2_{xx}\phi(t,x).$$

   - Ird fel a $d_n(t)$ fuggvenyekre vonatkozo kozonseges DE-ket (kezdeti feltetellel egyutt)!
   - Mennyi $d_3(t)$?