

Anal. III. PZh2.

1. (a) Oldd meg: $y'' - 16y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
 (b) Oldd meg az allando varialasanak a modszerevel: $y' - y = e^{-3t} + 1$.
2. (a) Oldd meg a $G' + G = \delta$ egyenletet, ha $G(t) = 0$ negativ t -kre!
 (b) Ird fel G segitsegevel az $y' + y = f(t)$ egyenlet megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ negativ t -kre!
3. $y'' - 16y = 15$, $y(0) = 4$ $y'(0) = 2$
 (a) Szamold ki $y(t)$ -nek az $Y(s)$ Laplace transzformaltjat!
 (b) Szamold ki $Y(s)$ parcialis tort felbontasat!
 (c) Mennyi $y(t)$?
4. (a) Szamitsd ki a Laplace tr. definicioja alapjan: $\mathcal{L}(e^{3-2t})$
 (b) Szamitsd ki a Laplace tr. definicioja alapjan: $\mathcal{L}(H(-t+4))$
 (c) • Szamold ki az $f(t) = 4$ es a $g(t) = 5$ fuggvenyek $h = f * g$ konvolucijat!
 • Mennyi $\mathcal{L}(f(t))\mathcal{L}(g(t)) - \mathcal{L}(h(t))$?
5. (a) Oldd meg! $y'' + 9y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
 (b) Oldd meg! $G'' + 9G = \delta$, es $G(t) = 0$ negativ t -kre.
 (c) Ird fel G segitsegevel az $y'' + 9y = f(t)$ egyenlet megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ negativ t -kre!
6. (a) Mennyi a $v = (2-i, 4+i)^T$ es a $w = (4i, i)^T$ vektorok belso szorzata?
 (b) Legyen $f_1 = (\sin(45^\circ), i \cos(45^\circ))^T$, $f_2 = (\cos(45^\circ), z)^T$ egy ortonormalt bazis. Mennyi z ?
 (c) A $v = (2, 4)^T$ vektor kifejezheto az f -ek linearis $\alpha f_1 + \beta f_2$ kombinaciojakent! Mennyi β ?
7. (a) Legyen $f(x) = H(-x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}$, ha $x \in (-\pi, \pi)$ Mennyi \hat{f}_{-4} ?
 (b) Legyen

$$\phi(0, x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \quad \phi(t, x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} d_n(t) \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}, \quad \partial_t \phi(t, x) = \frac{1}{3} \partial_{xx}^2 \phi(t, x).$$

- Ird fel a $d_n(t)$ fuggvenyekre vonatkozo kozonsegges DE-ket (kezdeti feltetellel egyutt)!
 • Mennyi $d_{-4}(t)$?