

1. • Ird at a kovetkezo egyenletet elsorendu DE rendszerre!

$$y'' = 2yy';$$

- Oldd meg!

$$y'' = 1, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 6,$$
$$y'' = 1, \quad y(0) = 3, \quad y(2) = 6.$$

2. Alkalmazd az Euler, illetve a Heun modszert a kovetkezo DE-re  $\Delta x = 0.1$  lepeskozzel az  $y(2) = 3$  kezdeti feltetel mellett!

$$y' = f(x, y) = x - x^2y;$$

Mit josolnak ezek a modszerek  $y(2.1)$ -re?

3.  $y' = y^2 - 5y$ .

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok koruli linearizalt kozelito DE-t!

Ha  $y(0) = 0$ , mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \qquad \qquad \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vazold a DE megoldasgorbeit!

- 4.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_2 - 1 \\ (y_1 - 3)(y_2 - 2) \end{pmatrix}.$$

Keresd meg a DE fixpontjat!

Ird fel a fixpont koruli linearizalt kozelito DE-t!

- 5.

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 + 3y_2 \\ 4y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Keresd meg  $A$  sajatertekeit es sajatvektorait!

Ird fel a DE altalanos megoldasat!

Ird fel a DE partikularis megoldasat!

6. Ird fel a kovetkezo Lagrange fuggvenyekhez tartozo Euler-Lagrange egyenlet(ek)et!

$$L = (y')^2 - y^4, \quad M = y_1' y_2' - y_1 y_2^4.$$

7. Legyen adott az  $S[u] = \int_0^1 (y'(x))^2 + (1-x)(y(x))^2 dx$  funkcional a  $[0, 1]$ -en értelmezett es a vegpontokban eltuno fuggvenyek  $H$  teren. Legyen  $V$  a  $[0, 3]$ -en értelmezett, a vegpontokban eltuno es a  $[0, 1/3]$ ,  $[1/3, 2/3]$ ,  $[2/3, 1]$  intervallumokon affin folytonos fuggvenyek tere. Legyen  $\phi_1$  es  $\phi_2$  ennek e ternek egy bazisa, ahol  $\phi_1(1/3) = \phi_2(2/3) = 1$  es  $\phi_2(1/3) = \phi_1(2/3) = 0$ . Legyen  $u_h = c_1 \phi_1 + c_2 \phi_2$ . Szamitsd ki az  $S[u_h] = s(c_1, c_2)$  ketvaltozos fuggvenyt! (Az  $(1-x)y(x)$ -os tag kiszamitasara az integralban hasznalj valamilyen kozelito modszert es add is meg a modszer nevet!)