DE zh2 problemak

1. Let $u = (1, i)^T$, $v = (3 - i, 2 + 4i)^T$. Szamold ki: (u, v), (v, u) !
2. $e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, i)^T$, $e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(i, 1)^T$, $u = (3 + i, 4 - 2i)^T$, $u = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2$. Mennyi $\alpha_{1,2}$?
3. Ha $e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(i, i)^T$, $e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(i, \alpha)^T$ egy ortonormalt bazis, mennyi α ?
4. Legyen
$$A = \begin{pmatrix} i & 3 - 2i \\ 4 + 2i & 8 - i \end{pmatrix}.$$
Mennyi A^* ?
5. $$B = \begin{pmatrix} 3 & 3 - 2i \\ 3 + 2i & 8 \end{pmatrix}.$$
Ha $\lambda_{1,2}$ a sajatertekei B-nek, akkor mennyi $Im(\lambda_1 - \lambda_2)$?
6. $$B = \begin{pmatrix} 3i & 3i - 2 \\ 3i + 2 & 8i \end{pmatrix}.$$
Ha $\lambda_{1,2}$ a sajatertekei B-nek, akkor mennyi $Re(\lambda_1 - \lambda_2)$?
7. Tegyuk fel, hogy $\sin(nx)$, $n = 1, 2, \ldots$ egy ortogonalis bazis $\mathcal{H} = L^2([0, \pi], dx)$-ban. Adj meg egy otronormalt bazist $\mathcal{H}$-ban !
8. Legyen f egy fuggveny $[0, \pi]$-n es $f(x) = \sum_{n>0}^{\infty} \hat{f}_n \sin(nx)$. Mennyi $\hat{f}_n$? Ismeteld meg a feladatot mas ortonormalt bazisokra is (ex. 9-11)!
9. A kovetkezo fuggvenyek $\cos(nx)$, $n = 0, 2, \ldots$ egy ortogonalis bazist alkotnak $\mathcal{H} = L^2([0, \pi], dx)$-ben. Adj meg egy ortonormalt bazist ugyanott!
10. A kovetkezo fuggvenyek $\sin(nx)$, $n = 1, 2, \ldots$ egy ortogonalis bazist alkotnak $\mathcal{H} = L^2([0, \pi], dx)$-ben. Adj meg egy ortonormalt bazist ugyanott!
11. A kovetkezo fuggvenyek $\sin(nx)$, $n = 1, 2, \ldots$ egy ortogonalis bazist alkotnak $\mathcal{H} = L^2([0, \pi], dx)$-ben. Adj meg egy ortonormalt bazist ugyanott!
12. A karakterisztikus fuggveny χ_D a kovetkezokeppen van definialva: $\chi_D(x) = 0$ ha $x \notin D$, amugy $\chi_D(x) = 1$. Legyen $f(x) = \chi_{[0.1]}(x)$, $f(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{e^{inx}}{\sqrt{2\pi}}$. Mennyi $\hat{f}_5$?
13. Legyen $f(x) = \chi_{[0.1]}(x) \in L^2(\mathbb{R}, dx)$. Mennyi $\hat{f}(2.3)$?
14. Ha $\phi(x, t)$ kielegiti az $(\partial_{tt}^2 - 9\partial_{xx}^2)\phi = 0$ egyenletet es $\phi(x, t) = e^{i(kx + \omega t)}$, akkor mi az osszefugges k es ω kozott?
15. Ha $\phi(x, t)$ kielegiti az $(\partial_{tt}^2 - 9\partial_{xx}^2 - \partial_{xt}^2)\phi = 0$ egyenletet es $\phi(x, t) = e^{i(kx + \omega t)}$, akkor mi az osszefugges k es ω kozott?
16. $\partial_t \phi(t, x) = \partial_{xx} \phi(t, x)$, $\phi(0, x) = \sin(4x) + 5\cos(6x)$. Mennyi $\phi(t, x)$?