

4. (4+2+4 pont)

A) Legyen  $L = x_1 \dot{x}_2 + 3x_2 \dot{x}_2 + 4x_2^2 x_2^3$ . Ird fel az  $L$  Lagrange függvényhez tartozó Euler-Lagrange egyenleteket!

Zh2, Diff.Egy., 2022.04.27.

NEPTUN:

Név:

Aláírás:

1. (2+1+3+3+1 pont)

a) Számítsd ki a Laplace tr. definíciója alapján!

$$F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \mathcal{L}(\sin(-t + 6))$$

$$F(s) =$$

B) Legyen

$$\partial_t \phi(t, x) = \partial_x^2 \phi(t, x), \quad \phi(t, x + 2\pi) = \phi(t, x), \quad \phi(0, x) = f(x),$$

ahol  $f(x) = -\operatorname{sgn}(x) + 1$  a  $[-\pi, \pi]$  intervallumon

1. Ird fel egy ortonormált bázist  $L^2([-\pi, \pi], dx)$ -nek!

b)  $y' + 5y = t^2$ ,  $y(0) = 2$ . Mennyi  $Y(s)$ ? ( $\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$ ) Ird fel  $Y(s)$  parciális tört felbontásának az alakját, és add meg, hogy mennyi  $y(t)$ !

2. Mennyi  $\phi(t, x)$  ?

c) Számold ki az  $f(t) = t$  és  $g(t) = 5$  függvények  $h = f * g$  konvolúcióját!

Mennyi  $\mathcal{L}(f(t))\mathcal{L}(g(t)) - \mathcal{L}(h(t))$ ?

2. (2+2×2+4 pont)

Legyen

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = R + S + \lambda E, \quad \text{ahol } R^T = -R, S^T = S, \text{Tr}(S) = 0.$$

Mennyi  $R, S, \lambda$  ?

Számítsd ki a következő Laplace transzformáltakat!

$$\mathcal{L}(\theta(t-3)\theta(5-t)) =$$

$$\mathcal{L}(\theta(t-3)e^{5t}) =$$

Legyen

$$\frac{d}{dt}\vec{y} + \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \vec{y} = \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Mennyi  $\vec{Y}(s)$  ?

3. (5×2 pont)

$$y'' + 2y' + 5y = (t+1)^2, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3. \quad \text{Mennyi } Y(s)? \quad (\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}})$$

Oldd meg a  $G'' + 2G' + 5G = \delta(t)$  egyenletet, ahol  $G(t) = 0$ , ha  $t < 0$ !

Rajzold le  $G(t)$ -t!

Ird fel a  $y'' + 2y' + 5y = f(t)$  egyenlet megoldását, ha  $y(t) = f(t) = 0$  amikor  $t < 0$ !

Számítsd ki az  $\mathbb{R}$ -en adott  $\theta(t)\theta(-1-t)$  függvény Fourier transzformáltját!