

4a. (1+1+1+2 pont)

$$y' = (-y^2 + 4).$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ha $y(0) = 0$, mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = ? \quad \text{and} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = ?$$

Vazold az $y(x)$ megoldasait a DE-nek!

4b. (2+3 pont)

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_1 + 2 \\ 2y_2(-y_1 - 3y_2) \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpont koruli linearizalt kozelito DE-t!

1. (4+(3+3) pont)

a)

$$\frac{d}{dx} y = f(x, y) = x^2 + y - 2;$$

Ird fel y masodrendu Talor polinomjat az $x = 0$ pont korul, ha $y(0) = 3$!

b) Alkalmazd az Euler, illetve a Heun modszert a kovetkezo DE-re $\Delta t = 0.01$ lepeskozzel!

$$\frac{d}{dt} y = y^2 + t^2, \quad y(2) = 3.$$

Mit josol Euler es Heun $y(2.01)$ ertekeere?

Euler:

Heun:

2. (4+3+3 pont)

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_1 + 2y_2 \\ 2y_1 - y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Keresd meg A sajatertekeit es sajátvektorait!

Ird fel a DE altalanos megoldasat!

Szamold ki a DE partikularis megoldasat!

((3+2)+2+3 pont)

3a)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$$

Mennyi e^{tA} ?

Ird fel a kovetkezo DE megoldasat!

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_1 \\ 6y_1 - y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3b) Ird at ezt a DE-t egy elsorendu rendszerre

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1^2 - y_2 \\ 2\dot{y}_2 - 3\dot{y}_1 \end{pmatrix}$$

3c)

Legyen $x_{n+1} = 1.2x_n - 20$, $x_0 = 1234$. Mennyi ekkor x_n ?