

1a. (5 pont)

$$y' = y(4 - y).$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok körüli linearizált közelítő DE-t!

Ha $y(0) = 1$, mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vazold a DE megoldásgörbeit!

1b. (5 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (y_2 + 5) \\ (4 - y_1)(5 - y_2) \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpont körüli linearizált közelítő DE-t!

2. (2+3+3+2 pont)

2a. Legyen

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 5 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = R + S + \lambda E,$$

ahol R antiszimmetrikus, S szimmetrikus és nulla nyomu matrix. Mennyi R, S, λ ?

2b. Legyen

$$P \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \\ a \end{pmatrix}.$$

Add meg P egy sajátérték-sajátvektor párját!

2c1. Mi az $y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = \delta(t)$ DE retardált fundamentalis megoldása?

2c2. Mi az $y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = f(t)$, $y(t) = f(t) = 0$, ha $t < 0$ DE megoldása?

3. (3+2+2+2+1 pont) Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y_1 + 3y_2 \\ 3y_1 + 2y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

3a. Keresd meg A sajátértékeit és sajátvektorait!

3b. Ird fel a DE általános megoldását!

3c. Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 77 \end{pmatrix}$$

Számold ki a DE partikularis megoldásait!

3d. Mennyi e^{tA} ?

3e. Mi az $\frac{d}{dt}\bar{y}(t) = A\bar{y}(t) + \bar{f}(t)$, $\bar{y}(t) = \bar{f}(t) = 0$, ha $t < 0$, DE megoldása?

4. (6+4 pont)

4a. Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_1 \\ 2y_1 - y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Mennyi e^{tA} ?

Mi az előző DE partikularis megoldása az $(y_1(0), y_2(0))^T = (4, 5)$ kezdeti feltétel mellett?

4b. Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_1 \\ -y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Mennyi e^{tA} ?

Mi az előző DE partikularis megoldása az $(y_1(0), y_2(0))^T = (4, 5)$ kezdeti feltétel mellett?