

1A) (5 pont)

$$y' = y^3 - y^2.$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok koruli linearizalt kozelito DE-t!

Ha $y(0) = 0.5$, mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vazold a DE megoldasgorbeit!

1B). (5 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (y_1 - 4)y_2 \\ y_1(5 - y_2) \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjat!

Ird fel a fixpont koruli linearizalt kozelito DE-t!

$((3+2+1)+(3+1))$ pont

2A) $2y + 4y' + 4y - (e^{-3t} + 1)^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$. Mennyi $Y(s)$?

Hogy nez ki $Y(s)$ parcialis tort felbontasa?

Mennyi $y(t)$?

2B1) Mi az $G''(t) - 5G'(t) + 6G(t) = \delta(t)$ DE retardalt fundamentalis megoldasa?

2B2) Mi az $y''(t) - 5y'(t) + 6y(t) = f(t)$, $y(t) = f(t) = 0$, ha $t < 0$ DE megoldasa?

3. $(3+2+2+3)$ pont) Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4y_1 + 3y_2 \\ -3y_1 + 4y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

Keresd meg A sajatertekeit es sajátvektorait!

Ird fel a DE altalanos megoldasat!

Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Szamold ki a DE partikularis megoldasait!

Mennyi e^{tA} ?

$((2+1)+(3+1)+3)$ pont)

4a. Legyen $f(t) = 1 - t$, $g(t) = t - 1$. Mennyi $h(t) = (f * g)(t)$?

Mennyi $\mathcal{L}(h) - \mathcal{L}(f)\mathcal{L}(g)$?

4b.

Veges elemek, variacios elv.

Oszd fel a $[-1, 1]$ intervallumot 3 reszre a kovetkezo pontokkal: $x_1 = -0.4$, $x_2 = 0.5$. Legyen $v(x)$ az a folytonos fuggveny, amelyik affine az alintervallumokon es az ertekei az $x = -1, -0.4, 0.5, 1$ pontokban a kovetkezoek: $0, v_1, v_2, 0$.

- Szamitsd ki, mennyi

$$Energy[v] = \int_0^1 (1 - v')^2 - v' + (1 - x)v \, dx$$

kozelitoleg vagy pontosan! Kozelito szamitas eseten add meg, hogy milyen kozelitest hasznaltal!

- Ird fel az EL egyenleteket az $Energy[u]$ funkcionalra!
-

4c. Legyen $f \in L^2([-\pi, \pi], dx)$ egyenlo harommal, ha $x < 0$, amugy meg legyen az erteke minusz harom. Mennyi $\hat{f}_7$ pontos erteke, ha $f(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n e^{inx}$?