

4.

a1) Keresd meg a  $\dot{G}(t) = 9G(t) + \delta(t)$  DE retardalt megoldását! Indokold a választodat!

a2) Ird fel az  $\dot{y}(t) = 9y(t) + f(t)$  DE megoldását, ha  $y(t) = f(t) = 0$  amikor  $t \ll 0$  !

a3) Ird fel az  $\dot{y}(t) = 9y(t) + f(t)$  DE megoldását a  $t > 0$  időpontokra, ha  $y(0) = 13$  !

b1) Keresd meg a  $\ddot{G}(t) = 9G(t) + \delta(t)$  DE retardalt megoldását! Indokold a választodat!

b2) Ird fel az  $\ddot{y}(t) = 9y(t) + f(t)$  DE megoldását, ha  $y(t) = f(t) = 0$  amikor  $t \ll 0$  !

1.

a) Legyen  $\dot{y}(t) = 9y(t) + t - 1$ ,  $y(0) = 13$  !

a1) Mennyi az  $y(t)$  függvény  $Y(s)$  Laplace transzformáltja?

a2) Hogyan néz ki  $Y(s)$  parciális tört felbontása? (A felmerülő együtthatókat nem kell kiszámítani.)

a3) Hogyan néz ki  $y(t)$  ?

b) Legyen  $\ddot{y}(t) = -9y(t) + 1 - t$ ,  $y(0) = 13$ ,  $\dot{y}(0) = 77$  !

b1) Mennyi az  $y(t)$  függvény  $Y(s)$  Laplace transzformáltja?

b2) Hogyan néz ki  $Y(s)$  parciális tört felbontása? (A felmerülő együtthatókat nem kell kiszámítani.)

b3) Hogyan néz ki  $y(t)$  ?

2.

a) Legyen

$$\frac{d}{dt}\vec{y}(t) = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}(t), \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Mennyi  $\vec{y}(t)$ -nek az  $\vec{Y}(s)$  Laplace transzformáltja, ha  $t > 0$  ?

b1)

Legyen az  $f(x)$  függvény  $2\pi$  szerint periodikus, továbbá legyen  $f(x) = 2$ , ha  $x \in [0, 1]$ , illetve  $f(x) = 3$ , ha  $x \in (1, 2\pi)$ . Ha

$$f(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{inx},$$

akkor mennyi  $\hat{f}_2$  ?

b2) Fejezd ki a következő egyenlet

$$\partial_t \phi(t, x) = -3 \partial_x^2 \phi(t, x), \quad \phi(t, x) = \phi(t, x + 2\pi), \quad \phi(0, x) = f(x)$$

megoldását  $\hat{f}$  segítségével!

b3) Magyarázd el, hogy mi a különbség a megoldás helyességének tekintetében, ha  $t = 1$ , vagy ha  $t = -1$  !

3.

a) Legyen egy variációs probléma Lagrange függvénye  $L(\vec{x}, \dot{\vec{x}}) = (x_1 - x_2)^2 + x_1 x_2 + x_1 x_2$ . Ird fel az  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  függvényekre vonatkozó Euler-Lagrange egyenleteket!

b1) Oldd meg az

$$\dot{y}(t) = 3y(t) + \theta(t), \quad y(-77) = 0$$

differencialegyenletet! (Itt  $\theta(t)$  a Heaviside theta egységugras függvény).

b2) Hogyan lehet kifejezni az

$$\dot{y}(t) = 3y(t) + \delta(t), \quad y(t) = 0, \quad \text{ha } t \ll 0$$

egyenlet megoldását az előző alfeladat megoldása segítségével?