

4a. (5 pont)

$$\frac{dy}{dt} = 8 - y^3.$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok körüli linearizált közelítő DE-t!

Ha $y(0) = -1.34$, mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vazold a DE megoldásorbit!

4b. (5 pont)

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_2 y_1 \\ (y_1 - 4)(5 - y_2) \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpont körüli linearizált közelítő DE-t!

(2+2+4+2 pont)

1.a. Legyen $y'(t) = t^7/(1-t^2)$, $y(5) = -5$. Fejezd ki $y(8)$ -at határozott integrálás segítségével!

1.b. Legyen

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_2(t) + \frac{d}{dt} y_2(t) \\ y_1(t)y_2(t) - \frac{d}{dt} y_1(t) \end{pmatrix}.$$

Ird fel egy elsőrendű DE-t amelyik ekvivalens ezzel az egyenlettel!

1.c. Legyen

$$\frac{d}{dt} y = (y^2 - 1)(1 - t^2), \quad y(3) = 2.$$

Ird fel $y(3 + \Delta t)$ másodikrendű Taylor polinomját!

1.d. Legyen $x_{n+1} = 3x_n + 4$, $x_1 = 344$. Mennyi x_n ?

2. (4+1+3+2 pont) Legyen

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5y_1 - 3y_2 \\ -3y_1 + 5y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{illetve} \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Keresd meg A sajátértékeit és sajátvektorait!

Ird fel a DE általános megoldását!

Számold ki a DE partikuláris megoldásait mindkét kezdeti feltétel mellett!

Mennyi e^{tA} ?

((2+2)+(1+2+3) pont)

3a. Legyen

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y_1 \\ 3y_1 + 2y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Mennyi e^{tA} ?

Mi az előző DE partikuláris megoldása az $(y_1(0), y_2(0))^T = (4, 5)$ kezdeti feltétel mellett?

3.b. Legyen $f(x) = 1/\sqrt{x}$, $x_0 = 16$. Ird fel $f(16 + \Delta x)$ lineáris approximációját, illetve adj egy felső becslést ennek a hibájára, ha $\Delta x = 1/10$!

3.d Legyen

$$\frac{d}{dt} y = (y^2 - 1)(1 - t^2), \quad y(3) = 2.$$

Mit jósol Heun módszere $y(3.001)$ értékére?