

4a. (5 pont)

$$\frac{dy}{dt} = y^3 - y.$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok körüli linearizált közelítő DE-t!

Ha  $y(0) = 0.34$ , akkor mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vázold a DE megoldásgorbeit!

4b. (5 pont)

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_2 - 1 \\ (y_2 - 4)(5 - y_2) \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpont körüli linearizált közelítő DE-t!

(2+2+4+2 pont)

1.a. Legyen  $y'(t) = t^7$ ,  $y(5) = -5$ . Fejezd ki  $y(8)$ -at határozott integrálás segítségével!

1.b. Legyen

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3y_2(t) + 2\frac{d}{dt}y_2(t) \\ y_1^2(t)y_2(t)\frac{d}{dt}y_1(t) \end{pmatrix}.$$

Ird fel egy elsőrendű DE-t amelyik ekvivalens ezzel az egyenlettel!

1.c. Legyen

$$\frac{d}{dt}y = (y - 1)(1 - t), \quad y(1) = 3.$$

Ird fel  $y(3 + \Delta t)$  másodrendű Taylor polinomját!

1.d. Legyen  $x_{n+1} - 3x_n + 4 = 0$ ,  $x_1 = 33$ . Mennyi  $x_n$  ?

2. (4+1+3+2 pont) Legyen

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 + y_2 \\ y_1 + y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{illetve} \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Keresd meg  $A$  sajátértékeit és sajátvektorait!

Ird fel a DE általános megoldását!

Számold ki a DE partikuláris megoldásait mindkét kezdeti feltétel mellett!

Mennyi  $e^{tA}$  ?

((2+2)+(1+2+3) pont)

3a. Legyen

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y_1 + 3y_2 \\ 2y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Mennyi  $e^{tA}$  ?

Mi az előző DE partikuláris megoldása az  $(y_1(0), y_2(0))^T = (4, 5)$  kezdeti feltétel mellett?

3.b. Legyen  $x_{n+1} - x_n = 77$ ,  $x_2 = 33$ . Mennyi  $x_n$  ?

3.d Legyen

$$\frac{d}{dt}y = (y - 1)(1 - t), \quad y(3) = 1.$$

Mit jósol Heun módszere  $y(3.001)$  értékére?