4.
a1) Keresd meg a $\dot{G}(t) = -9G(t) + \delta(t)$ DE retardalt megoldasat! Indokold a valaszodat!

a2) Ird fel az $\dot{y}(t) = -9y(t) + f(t)$ DE megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ amikor $t << 0$!

a3) Ird fel az $\dot{y}(t) = -9y(t) + f(t)$ DE megoldasat a $t > 0$ idopontokra, ha $y(0) = 13$!

b1) Keresd meg a $\ddot{G}(t) = -9G(t) + \delta(t)$ DE retardalt megoldasat! Indokold a valaszodat!

b2) Ird fel az $\ddot{y}(t) = -9y(t) + f(t)$ DE megoldasat, ha $y(t) = f(t) = 0$ amikor $t << 0$!

1.
a) Legyen $\dot{y}(t) = -9y(t) + f(t)$, $y(0) = 13$, $f(t) = (t^2 - 1)(t + 2)$, tovabba $\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$!

a1) Mennyi az $y(t)$ fuggveny $Y(s)$ Laplace transzformaltja?

a2) Hogyan nez ki $Y(s)$ parcialis tort felbontasa? (A felmerulo egyutthatokat nem kell kiszamitani.)

a3) Hogyan nez ki $y(t)$?

b) Legyen $\ddot{y}(t) = -9y(t) + f(t)$, $y(0) = 13$, $\dot{y}(0) = 7$ es $f(t) = (t^2 - 1)(t + 2)$!

b1) Mennyi az $y(t)$ fuggveny $Y(s)$ Laplace transzformaltja?

b2) Hogyan nez ki $Y(s)$ parcialis tort felbontasa? (A felmerulo egyutthatokat nem kell kiszamitani.)

b3) Hogyan nez ki $y(t)$?

2.
a) Legyen $x_{n+1} = 0.8x_n + 20$, $x_1 = 123$. Mennyi x_n ?

b1) Legyen $f(x) = 1$, ha $x \in [2k\pi, (2k+1)\pi]$, amugy meg legyen $f(x)$ nulla (itt $k \in \mathbb{Z}$). Ha

$$f(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}_n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{inx},$$

akkor mennyi $\hat{f}_5$?

b2) Fejezd ki a kovetkezo hoegyenletet

$$\partial_t \phi(t,x) = 3\,\partial_x^2 \phi(t,x), \quad \phi(t,x) = \phi(t, x + 2\pi),\ \phi(0,x) = f(x)$$

megoldasat $\hat{f}$ segitsegevel!

b3) Magyarazd el, hogy mi a kulonbseg a megoldas helyessegenek tekinteteben, ha $t = 1$, vagy ha $t = -1$!

d) Legyen

$$f(x) = \theta(x+4)\theta(2-x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(p) e^{ipx}\, dp.$$

Mennyi $\tilde{f}(77)$?

3.
a) Legyen a variacios problema Lagrange fuggvenye $L(\vec{x}, \dot{\vec{x}}) = \dot{x_1}\dot{x_2} + \dot{x_1}x_2 + x_1x_2$. Ird fel az $x_1(t)$, $x_2(t)$ fuggvenyekre vonatkozo Euler-Lagrange egyenleteket!

b) Legyen

$$\frac{d}{dt} y(t) = (y(t) - y^2(t))(t+1), \ \ y(1) = 2,\ \Delta t = 0.01.$$

b1) Mit josol Euler modszere $y(1 + \Delta t)$-re?

b2) Mit josol Heun modszere $y(1 + \Delta t)$-re?

b3) Ird fel $y(1 + \Delta t)$ harmadrendu Taylor sorfejteset a $t = 1$ pont korul!