

4a. (5 pont)

$$y' = (y^4 - 16).$$

Keresd meg a DE fixpontjait!

Ird fel a fixpontok koruli linearizalt kozelito DE-t!

Ha $y(0) = 1.34$, mennyi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) =$$

Vazold a DE megoldasgorbeit!

4b. (5 pont)

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (y_2 + 2)y_1 \\ (y_1 - 4)(5 - y_2) \end{pmatrix}$$

Keresd meg a DE fixpontjat!

Ird fel a fixpont koruli linearizalt kozelito DE-t!

(2+3+3+2 pont)

1.a. Legyen $y'(t) = t^7/(1 - t^2)$, $y(4) = 5$. Fejezd ki $y(8)$ -at határozott integralas segitsegevel!

1.b. Legyen

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1(t) + \frac{d}{dt}y_2(t) \\ y_2(t)y_1(t) + t^2 \frac{d}{dt}y_1(t) \end{pmatrix}.$$

Ird fel egy elsorendu, idofuggetlen DE-t amelyik ekvivalens ezzel az egyenlettel!

1.c. Legyen

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = A + S + \alpha E, \quad \text{ahol} \quad A^T = -A, \quad S^T = S, \quad Tr(S) = 0.$$

Mennyi A , S , es α ?

1.d. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

(i) Igaz-e, hogy e^{tA} ortogonalis matrix?

(ii) Igaz-e, hogy $\det e^{tA} = 1$? (Indokold a valaszaidat!)

2. (4+2+4 pont) Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 - 3y_2 \\ -5y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{illetve} \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Keresd meg A sajatertekeit es sajátvektorait!

Ird fel a DE altalanos megoldasat!

Szamold ki a DE partikularis megoldasait!

Mennyi e^{tA} ?

((2+2)+(1+2+3) pont)

3a. Legyen

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2y_1 - 3y_2 \\ -2y_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Mennyi e^{tA} ?

Mi az elozi DE partikularis megoldasa az $(y_1(0), y_2(0))^T = (4, 5)$ kezdeti feltetel mellett?

3.b. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Mennyi $AP - PA$?

Ird fel P sajatertekeit es sajátvektorait! (Hasznald az $\varepsilon = e^{2\pi i/3}$ jelolest!)

Ird fel A sajatertekeit!