

II. zárthelyi dolgozat - A változat

1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(16 pont)**

$$f_1(x) = |x - 1| - \operatorname{sgn} x$$

$$f_2(x) = \frac{x(x-2)^2}{(x+1)^2(x-4)^2}$$

$$f_3(x) = 2 \arcsin(x-1)$$

$$f_4(x) = \cos(\arcsin x)$$

$$f_5(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$f_6(x) = \operatorname{arctanh} x$$

2. Ábrázolja az

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x^4, & \text{ha } x \neq 1 \\ 2 & \text{ha } x = 1 \end{cases}$$

függvényt! Adja meg az értelmezési tartományát és az értékkészletét! Folytonos-e a függvény az $x_0 = 1$ pontban? Ha nem, akkor milyen típusú szakadása van? Határozza meg a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ és $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ határértékeket! Válaszait indokolja! **(10 pont)**

3. Vázolja az alábbi görbéket és adja meg Descartes-koordinátás egyenletüket! **(4 pont)**

(a) $r = 1 - \cos \varphi$

(b) $\begin{cases} x(t) = 5 \cos t \\ y(t) = 1 + 5 \sin t \end{cases} \quad , \quad t \in [0, 2\pi)$

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(10 pont)**

(a) $(2x^3 - 8x - 2^x)' =$

(b) $\left(\frac{2}{\sqrt[7]{x^3}} + \frac{5}{x^2} - 2\log_5 x \right)' =$

(c) $(\ln x \cdot \cos(3x + 1))' =$

(d) $\left(\frac{6x^2 + e^{-3x}}{\operatorname{ch}(2x + 3)} \right)' =$

(e) $(\operatorname{arctg} x - \cos^5 x^2)' =$

5. Határozza meg a

$$2x + 3x^2 - 2y^2 = 7xy + 4$$

implicit függvény deriváltját! **(3 pont)**

6. Írja fel az $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = -1$ abszcisszájú pontban! Vázolja a függvény, az érintő és a normális grafikonját közös koordináta-rendszerben! **(7 pont)**

II. zárthelyi dolgozat - B változat

1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(16 pont)**

$$f_1(x) = |x| + \operatorname{sgn} x$$

$$f_2(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2(x + 4)}$$

$$f_3(x) = \arctg(x - 2)$$

$$f_4(x) = \sin(\arccos x)$$

$$f_5(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$f_6(x) = \operatorname{arth} x$$

2. Ábrázolja az

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x^3, & \text{ha } x > 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \\ 1 + \sin 2x, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

függvényt! Adja meg az értelmezési tartományát és az értékkészletét! Folytonos-e a függvény az $x_0 = 0$ pontban? Ha nem, akkor milyen típusú szakadása van? Határozza meg a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ határértéket! Válaszait indokolja! **(10 pont)**

3. Vázolja az alábbi görbéket és adja meg Descartes-koordinátás egyenletüket! **(4 pont)**

(a) $r = 2 \sin \varphi$

(b) $\begin{cases} x(t) = -1 + 3 \cos t \\ y(t) = 4 \sin t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi)$

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(10 pont)**

(a) $(4x^2 - 9x - 2 \cos x)' =$

(b) $\left(\frac{6}{\sqrt[5]{x^4}} + \frac{3}{x^3} - 2 \operatorname{ctg} x \right)' =$

(c) $(\sin 4x + x^2 \cdot e^{-3x})' =$

(d) $\left(\frac{\ln(5x^2) - 2^x}{\arcsin(4x + 6)} \right)' =$

(e) $(\operatorname{arcc} \operatorname{tg} x - \sin^2(3x^3))' =$

5. Határozza meg az

$$5xy + 3x^2 - y^2 = 6y$$

implicit függvény deriváltját! **(3 pont)**

6. Írja fel az $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = 1$ abszcisszájú pontban! Vázolja a függvény, az érintő és a normális grafikonját közös koordináta-rendszerben! **(7 pont)**

II. zárthelyi dolgozat - C változat

1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(16 pont)**

$$f_1(x) = 1 + \operatorname{sgn}(x + 2)$$

$$f_2(x) = \frac{x^2 - 4}{x(x + 3)^2}$$

$$f_3(x) = \arccos(x - 1)$$

$$f_4(x) = \sin(\arcsin x)$$

$$f_5(x) = \operatorname{arth} x$$

$$f_6(x) = \operatorname{cth} x$$

2. Ábrázolja az

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x^2, & \text{ha } x > 0 \\ 2 & \text{ha } x = 0 \\ \cos 2x, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

függvényt! Adja meg az értelmezési tartományát és az értékkészletét! Folytonos-e a függvény az $x_0 = 0$ pontban? Ha nem, akkor milyen típusú szakadása van? Határozza meg a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ határértéket! Válaszait indokolja! **(10 pont)**

3. Vázolja az alábbi görbéket és adja meg Descartes-koordinátás egyenletüket! **(4 pont)**

(a) $r = 1 + \cos \varphi$

(b) $\begin{cases} x(t) = 3 \cos t \\ y(t) = 3 \sin t \end{cases}, \quad t \in [\pi, 2\pi]$

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(10 pont)**

(a) $(4x^5 - \sqrt[3]{x^2} - 2 \ln x)' =$

(b) $\left(\frac{4}{\sqrt[7]{x^3}} - \frac{5}{x^8} - \operatorname{arctg} x \right)' =$

(c) $(7^x - 4 \lg 7x)' =$

(d) $\left(\frac{\sin 7x \cdot e^{-2x}}{x^2 + \log_2(4x + 6)} \right)' =$

(e) $(\ln(\arcsin(x^2 - 3x + 1)))' =$

5. Határozza meg a

$$2xy + 3x^2 + y^2 = 6x$$

implicit függvény deriváltját! **(3 pont)**

6. Írja fel az $f(x) = \sqrt{1+x}$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = 3$ abszcisszájú pontban! Vázolja a függvény, az érintő és a normális grafikonját közös koordináta-rendszerben! **(7 pont)**

Matematika Intézet

Analízis Tanszék

Miskolc, 2009. december 1.

Név:.....

Tankör:.....

Neptun kód:.....

II. zárthelyi dolgozat - D változat

1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(16 pont)**

$$f_1(x) = 2\operatorname{sgn}(3 - x)$$

$$f_2(x) = \frac{x - 3}{x^2(x + 5)}$$

$$f_3(x) = \arcsin(x - 3)$$

$$f_4(x) = \cos(\arccos x)$$

$$f_5(x) = 1 + \operatorname{ch} x$$

$$f_6(x) = \operatorname{th} x$$

2. Ábrázolja az

$$f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & \text{ha } x > -1 \\ 0 & \text{ha } x = -1 \\ x^3 + x^2 & \text{ha } x < -1 \end{cases}$$

függvényt! Adja meg az értelmezési tartományát és az értékkészletét! Folytonos-e a függvény az $x_0 = -1$ pontban? Ha nem, akkor milyen típusú szakadása van? Határozza meg a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ és $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ határértékeket! Válaszait indokolja! **(10 pont)**

3. Vázolja az alábbi görbéket és adja meg Descartes-koordinátás egyenletüket! **(4 pont)**

(a) $r = 4 \cos \varphi$

(b) $\begin{cases} x(t) = 1 + 2 \cos t \\ y(t) = -2 + 4 \sin t \end{cases}, \quad t \in [0, \pi)$

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(10 pont)**

(a) $(5x^3 - 3\sqrt{x} - 2\sin x)' =$

(b) $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} - \frac{3}{x^2} + \operatorname{ctg} x\right)' =$

(c) $(\ln x + \lg 8x)' =$

(d) $\left(\frac{5x^2 - \cos 3x \cdot 4^x}{\operatorname{ch}(7x + 6)}\right)' =$

(e) $(\operatorname{arctg} x - \cos^2(3x^3))' =$

5. Határozza meg az

$$5x^2 + 2y^2 = 6xy$$

implicit függvény deriváltját! **(3 pont)**

6. Írja fel az $f(x) = \sqrt{x-2}$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = 3$ abszcisszájú pontban! Vázolja a függvény, az érintő és a normális grafikonját közös koordináta-rendszerben! **(7 pont)**