

Matematika Intézet

Analízis Tanszék

Miskolc, 2018. december 04.

Név:.....

Neptun kód:.....

Gyakorlatvezető neve:.....

II. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis I. (GEMAN151-B) c. tárgyból
A változat

A dolgozat 25 ponttól számít sikeresnek.

1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(12 pont)**

$$f_1(x) = |x + 1| + \operatorname{sgn} x$$

$$f_2(x) = x(x^2 - 9)$$

$$f_3(x) = -2 \arcsin(x - 2)$$

$$f_4(x) = \sin(\arcsin x)$$

$$f_5(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$f_6(x) = 1 + \operatorname{arth} x$$

2. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{4\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x+3}{x^2-3x-4}, & \text{ha } x \neq -1 \text{ és } x \neq 4 \\ 3 & \text{ha } x = -1 \end{cases}$$

függvény. Határozza meg az f függvény szakadási pontjait, ha egyáltalán vannak ilyenek, majd adja meg az f függvény valamennyi vízszintes és függőleges aszimptotájának az egyenletét! Vázolja a függvény grafikonját! **(7 pont)**

3. Adja meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} 7^n x^n$$

hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciaintervallumát! **(5 pont)**

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(15 pont)**

(a) $(x^4 - 4x - 7^x)' =$

(b) $\left(\frac{4}{\sqrt[6]{x^5}} + \frac{3}{x^3} - 2\log_8 x\right)' =$

(c) $(\cos 4x \cdot \sin(7x + 1))' =$

(d) $\left(\frac{(3x^2 + 5)^3}{\operatorname{ch}(8x + e^x)}\right)' =$

(e) $(2\operatorname{arctg} x - \lg^5 x^2)' =$

5. Írja fel az $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$, $f(x) = \sin^2 x$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = \frac{\pi}{3}$ abszcisszájú pontban! **(5 pont)**

6. Számítsa ki az alábbi határértékeket, ha léteznek! **(6 pont)**

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \cos x}{x} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x + 1} =$

Matematika Intézet

Analízis Tanszék

Miskolc, 2018. december 04.

Név:.....

Neptun kód:.....

Gyakorlatvezető neve:.....

**II. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis I. (GEMAN151-B) c. tárgyból
B változat**

A dolgozat 25 ponttól számít sikeresnek.

1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(12 pont)**

$$f_1(x) = |x| \cdot \operatorname{sgn}(x - 1)$$

$$f_2(x) = x^2(x^2 - 4)$$

$$f_3(x) = \pi + \arccos(x + 2)$$

$$f_4(x) = \cos(\arccos x)$$

$$f_5(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$f_6(x) = \operatorname{arsh} x$$

2. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{-3\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-2}{x^2+2x-3}, & \text{ha } x \neq 1 \text{ és } x \neq -3 \\ 1 & \text{ha } x = 1 \end{cases}$$

függvény. Határozza meg az f függvény szakadási pontjait, ha egyáltalán vannak ilyenek, majd adja meg az f függvény valamennyi vízszintes és függőleges aszimptotájának az egyenletét! Vázolja a függvény grafikonját! **(7 pont)**

3. Adja meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n x^n$$

hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciaintervallumát! **(5 pont)**

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(15 pont)**

(a) $(2x^5 - \sqrt{3x} - 2^x)' =$

(b) $\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{3}{x^3} - \arcsin x \right)' =$

(c) $(\log_2(4x) \cdot \operatorname{sh}(4x + \pi))' =$

(d) $\left(\frac{\sqrt{2x+7}}{\operatorname{tg}(8x+5)} \right)' =$

(e) $(4\operatorname{arcctg} x - \lg^4 x^3)' =$

5. Írja fel az $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$, $f(x) = \cos^2 x$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = \frac{\pi}{6}$ abszcisszájú pontban! **(5 pont)**

6. Számítsa ki az alábbi határértékeket, ha léteznek! **(6 pont)**

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 3x} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x + 1} =$

Matematika Intézet

Analízis Tanszék

Miskolc, 2018. december 04.

Név:.....

Neptun kód:.....

Gyakorlatvezető neve:.....

**II. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis I. (GEMAN151-B) c. tárgyból
C változat**

A dolgozat 25 ponttól számít sikeresnek.

1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(12 pont)**

$$f_1(x) = |x| \cdot \operatorname{sgn}(x+1)$$

$$f_2(x) = x^3(x^2 - 1)$$

$$f_3(x) = \pi - \arcsin(x-2)$$

$$f_4(x) = \sin(\arccos x)$$

$$f_5(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$f_6(x) = \operatorname{arcth} x$$

2. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5x - 10}{x^2 - 5x + 6}, & \text{ha } x \neq 2 \text{ és } x \neq 3 \\ 0, & \text{ha } x = 2 \end{cases}$$

függvény. Határozza meg az f függvény szakadási pontjait, ha egyáltalán vannak ilyenek, majd adja meg az f függvény valamennyi vízszintes és függőleges aszimptotájának az egyenletét! Vázolja a függvény grafikonját! **(7 pont)**

3. Adja meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} 4^n (x - 1)^n$$

hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciaintervallumát! **(5 pont)**

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(15 pont)**

(a) $(3x^7 - \sqrt{5x} - 4^x)' =$

(b) $\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{(x^3 + x)^2} - \arccos x\right)' =$

(c) $(\ln(8x + 5) \cdot \sin(x + \pi))' =$

(d) $\left(\frac{\sqrt{3x - 5}}{\cos^2(2x + 4)}\right)' =$

(e) $(3\operatorname{arth}x - \lg^3 x^7)' =$

5. Írja fel az $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \cos 2x$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = \frac{\pi}{6}$ abszcisszájú pontban! **(5 pont)**

6. Számítsa ki az alábbi határértékeket, ha léteznek! **(6 pont)**

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2x - \pi} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 + \cos x} =$

Matematika Intézet

Analízis Tanszék

Miskolc, 2018. december 04.

Név:.....

Neptun kód:.....

Gyakorlatvezető neve:.....

**II. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis I. (GEMAN151-B) c. tárgyból
D változat**

A dolgozat 25 ponttól számít sikeresnek.

1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(12 pont)**

$$f_1(x) = |x| - \operatorname{sgn}(1 - x)$$

$$f_2(x) = x(1 - x^2)^2$$

$$f_3(x) = -\arccos(x + 2)$$

$$f_4(x) = \cos(\arcsin x)$$

$$f_5(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$f_6(x) = \operatorname{arctg} x$$

2. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x+8}{x^2-x-6}, & \text{ha } x \neq -2 \text{ és } x \neq 3 \\ -2, & \text{ha } x = 3 \end{cases}$$

függvény. Határozza meg az f függvény szakadási pontjait, ha egyáltalán vannak ilyenek, majd adja meg az f függvény valamennyi vízszintes és függőleges aszimptotájának az egyenletét! Vázolja a függvény grafikonját! **(7 pont)**

3. Adja meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n (x+1)^n$$

hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciaintervallumát! **(5 pont)**

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(15 pont)**

(a) $(5x^3 - \sqrt{2x} - e^x)' =$

(b) $\left(\frac{8}{x} + \frac{1}{(x^4 - x)^3} - \arcsin x\right)' =$

(c) $(\ln(4x - 1) \cdot \operatorname{ch}(2x + 1))' =$

(d) $\left(\frac{\sqrt{2x - 5}}{\sin^2(x + \pi)}\right)' =$

(e) $(\operatorname{arctg} x^2 - \lg^2 x^4)' =$

5. Írja fel az $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin 2x$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = \frac{\pi}{6}$ abszcisszájú pontban! **(5 pont)**

6. Számítsa ki az alábbi határértékeket, ha léteznek! **(6 pont)**

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x^2 + 3x} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \cos 2x} =$