

Vizsgázárthelyi dolgozat (MINTA)

I. éves levelező tagozatos gépészmérnök hallgatók részére

1. Végezze el a következő, komplex számok közötti műveleteket: (7 pont)

(a) $\frac{12 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)}{3 \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)};$

(b) $\frac{\left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right)^{10} (1 + i)}{-3 - 3i}.$

- (c) Oldja meg a $z^5 + z = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán!

2. Legyen $\underline{a} = 3\underline{i} + 5\underline{j} + 2\underline{k}$; $\underline{b} = (2; 4; -1)$. (6 pont)

- (a) Számítsa ki az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektorok által meghatározott háromszög területét!
(b) Határozza meg az $\underline{a}$ vektor és a $\underline{b}$ vektor által bezárt szög koszinuszát!
(c) Írja fel annak a síknak az egyenletét, amely tartalmazza az origót és normálvektora merőleges az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektorokra!

3. Oldja meg az alábbi lineáris egyenletrendszert! (3 pont)

$$\begin{cases} x + 4y - z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

4. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! (4 pont)

(a) $f(x) = 2 \arcsin(x + 1);$

(b) $f(x) = \frac{x(x + 3)}{(x - 1)(x^2 - 9)}.$

5. Adja meg az alábbi függvények első deriváltját! (6 pont)

(a) $f(x) = 3x^3 - \frac{4}{x} + \sqrt[3]{x^2} + 6;$

(b) $f(x) = 6^x \cdot \cos 2x;$

(c) $f(x) = \frac{\sin^2 x + \log_4 x}{x^7 + 5x}.$

6. Számítsa ki az alábbi határértékeket! (4 pont)

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n} \right)^{n+2};$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{3x}.$