

Miskolci Egyetem

Analízis Tanszék

Miskolc, 2016. december 09.

Név:.....

Neptun kód:.....

Szigorlati zárthelyi dolgozat (GEMAN138B, GEMAN138-B)

Nappali tagozatos hallgatók részére

1. Végezzen teljes függvényvizsgálatot az

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

függvényen, azaz vizsgálja a függvényt zérushelyek, lokális szélsőértékek, monotonitás, inflexiós pontok és konvexitás szempontjából, majd vázolja a függvény grafikonját! Páros-e az f függvény? Válaszát indokolja! **(7 pont)**

2. Konvergens-e az alábbi numerikus sorok? Válaszát indokolja! **(6 pont)**

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}; \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{4n} \right)^n; \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n}.$$

3. Számítsa ki integrálszámítás segítségével az $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ gömb térfogatát! (4 pont)

4. Oldja meg az

$$xy' - 2y = x^3 \cos x$$

differenciálegyenletet! **(4 pont)**

5. Határozza meg az

$$y'' + y' - 6y = 5e^{2x}$$

differenciálegyenlet általános megoldását! Adja meg a differenciálegyenlet típusát! **(4 pont)**