

I. Szigorlati vizsgazárthelyi dolgozat
Diszkrét Matematikából
(2018. május. 30.)

Név:..... Kód:.....

1. (a) Bontsa fel irreducibilis polinomok szorzatára $\mathbb{C}$ felett a $P(x) = x^5 - 125x^2$ polinomot. (3p)
(b) Melyek egész pontosan az $\mathbb{R}$ felett irreducibilis polinomok? (2p)
(c) Hány olyan 5-ös hosszúságú bináris szó van, ami három 1-est tartalmaz? (1p)
2. (a) Határozza meg úgy az $x \in \mathbb{C}$ számot, hogy az $\bar{a} = (1, 2, 1)$, $\bar{b} = (3, 0, 4)$, $\bar{c} = (0, 3, x)$ vektorok $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R})$ vektortérnek egy bázisát alkossák. (1p)
(b) Írja fel a $\bar{v} = (0, 3, -2)$ vektort az $x = -1$ -re kapott bázisban. (3p)
3. Az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ halmazon adottak a
 $\rho = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (5, 6), (4, 1), (6, 5)\}$ és az
 $R = \{(1, 4), (2, 4), (3, 2), (3, 5), (4, 3), (5, 1), (6, 5)\}$ bináris relációk.
(a) Számítsa ki a $\rho \cap (R^{-1} \circ \rho)$ relációt. (3p)
(b) Írja fel teljes diszjunktív normálalakban az alábbi igazságfüggvényt: (2p)
 $f(p, q, r) := |[(p \wedge r) \oplus (q \wedge r)] \oplus (p \wedge q \wedge r)|$.
4. A $G = (V, E)$ irányítatlan gráfban $|V| = 9$ és $|E| = 28$ és G nem tartalmaz sem izolált pontot sem hurokélrt. Igazolja hogy:
(a) G -ben van legalább 7-edfokú pont. (2p)
(b) G összefüggő (1p).
(c) G kromatikus száma legalább 3. (2p)
(d) Mit nevezünk Hamilton útnak illetve Hamilton körnek egy irányítatlan gráfban? Milyen ezekre vonatkozó tételket, összefüggéseket ismer? (2p+3p)