

II. Szigorlati vizsgazárthelyi dolgozat Diszkrét Matematikából (2018. jan. 3.)

Név:..... Kód:.....

1. (a) Határozza meg úgy az $x \in \mathbb{R}$ számot, hogy az $\bar{a} = (1, 2, 1, 3)$, $\bar{b} = (3, 0, 4, 0)$, $\bar{c} = (0, 3, x, 1)$, $\bar{d} = (0, 0, 0, 1)$ vektorok $(\mathbb{R}^4, +, \mathbb{R})$ vektortérnek egy bázisát alkossák. (2p)
(b) Számítsa ki az $\bar{a}$ és $\bar{b}$ vektorok által bezárt szög koszinuszát. (2p)
(c) Írja fel mátrixos alakban (a $\mathcal{B}_1 = \mathcal{B}_2 = \{(1, 0); (0, 1)\}$ standard bázispárra nézve) az

$$L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, L(x, y) = (x + 2y, 2x - y)$$

lineáris transzformációt és írja fel az L^{-1} inverzét vektoriális alakban. (2p+3p)

2. Az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ halmazon adottak a
 $\rho = \{(1, 2), (1, 5), (2, 5), (3, 2), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$ és az
 $R = \{(1, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 5), (4, 3), (4, 5), (5, 1), (6, 2)\}$ bináris relációk.
(a) Adja meg a relációk gráfjait és számítsa ki a $\rho^2 \cap (R \circ \rho^{-1})$ relációt. (1p+3p)
(b) Hány egymással nem izomorf 5 elemű fa létezik? (válaszát indokolja és adja is meg ezeket!) (3p)
(c) Írja fel az $F(p, q, r) = (p \oplus q \oplus 1) \wedge r$ igazságfüggvényt teljes diszjunktív normálalakban. (2p)

3. A $G = (V, E)$ egyszerű irányítatlan gráfban $|V| = 8$ és $|E| = 22$. Igazolja hogy:

- (a) G -ben van legalább egy, legalább 6-edfokú pont. (2p)
(b) G összefüggő. (1p)
(c) G nem lehet sem síkgráf sem páros gráf. (2p+2p)