

Feladatlap a Matematikai analízis II. (GEMAN161-B) c. tárgyhoz

Minden helyesen megoldott feladat 2 pontot ér.

1. Számítsa ki az alábbi határozott integrál értékét!

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x} dx$$

2. Legyen $y = f(x)$ az a függvény, amelynek grafikonja olyan szakaszokból áll, melyek rendre az alábbi pontokat kötik össze:

$$P_1(0, 3); \quad P_2(3, -3); \quad P_3(4, 3); \quad P_4(5, 3).$$

Vázolja a függvény grafikonját, majd határozza meg az

$$\int_0^5 f(x) dx$$

értékét!

3. Határozza meg az

$$y^2 = x^2 - x^4$$

egyenletű görbe által határolt tartomány területét!

4. Határozza meg annak a testnek a térfogatát, amelyet úgy kapunk, hogy az $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$ egyenletű félkör és az $y = 1$ egyenletű egyenes által határolt véges síkrészt megforgatjuk az x -tengely körül! Készítsen vázlatot a forgástestről!
5. Határozza meg annak a testnek a palástfelszínét, amelyet úgy kapunk, hogy az $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{8x^2}$ görbe $1 \leq x \leq 2$ intervallum feletti ívét megforgatjuk az y -tengely körül!
6. Határozza meg az

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2} \ln(1 + t^3), \\ y(t) &= \operatorname{arctg} t \end{aligned} \right\}$$

paraméteres egyenletrendszerrel adott görbe ívhosszát, ha $t \in [0, 1]$!

7. Mutassa meg, hogy az alábbi improprius integrál konvergens!

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

8. Adja meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y' = \frac{x + 2y}{3y - 2x}$$

9. Adja meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y' - 2x^4y = x^3y^2 + \frac{y}{x}$$

10. Adja meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' - y' - 6y = 2(\sin 4x + \cos 4x)$$