

Elemi függvények differenciálása

12.4. Tétel. Az elemi függvények deriváltjai:

1. $(c)' = 0$ $c \in \mathbf{R}$ állandó
2. $(x^n)' = nx^{n-1}$ $n \in \mathbf{N}^+$, $x \in \mathbf{R}$
3. $(x^a)' = ax^{a-1}$ $a \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$
4. $(e^x)' = e^x$ $x \in \mathbf{R}$
5. $(a^x)' = a^x \ln a$ $a \in \mathbf{R}^+ \setminus \{1\}$, $x \in \mathbf{R}$
6. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $x \in \mathbf{R}^+$
7. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ $a \in \mathbf{R}^+ \setminus \{1\}$, $x \in \mathbf{R}^+$
8. $(\sin x)' = \cos x$ $x \in \mathbf{R}$
9. $(\cos x)' = -\sin x$ $x \in \mathbf{R}$
10. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $x \in \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ $k \in \mathbf{Z}$
11. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $x \in \mathbf{R} \setminus \{k\pi\}$ $k \in \mathbf{Z}$
12. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $|x| < 1$, $x \in \mathbf{R}$
13. $(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ $|x| < 1$, $x \in \mathbf{R}$
14. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ $x \in \mathbf{R}$
15. $(\operatorname{arccotg} x)' = \frac{-1}{1+x^2}$ $x \in \mathbf{R}$
16. $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$ $x \in \mathbf{R}$
17. $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$ $x \in \mathbf{R}$
18. $(\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$ $x \in \mathbf{R}$
19. $(\operatorname{cth} x)' = \frac{-1}{\operatorname{sh}^2 x}$ $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$
20. $(\operatorname{arsh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ $x \in \mathbf{R}$
21. $(\operatorname{arch} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ $x > 1$, $x \in \mathbf{R}$
22. $(\operatorname{arth} x)' = \frac{1}{1-x^2}$ $|x| < 1$, $x \in \mathbf{R}$
23. $(\operatorname{archth} x)' = \frac{1}{1-x^2}$ $|x| > 1$, $x \in \mathbf{R}$