

Miskolci Egyetem

Dátum:

Analízis Tanszéke

Név :

Neptun kód:

Aláírást pótló zárthelyi dolgozat – MINTA1
az Analízis I. c. tárgyból (GEMAN 151-B)
A dolgozat 20 ponttól számít sikeresnek.

1. Bijektív-e az $f: [-3; 3] \rightarrow [0; 3]$, $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ függvény? Válaszát indokolja! **(5 pont)**

2. Monoton-e az $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{5n+1}{4+n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ sorozat? Válaszát indokolja! **(5 pont)**

3. Számítsa ki az alábbi határértékeket!

(15 pont)

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n-2}{\sqrt{3n^2+5n}} =$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3-2n}{n^4+7} =$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+5} \right)^n =$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+3x-10} =$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 9x} =$

4. Vázolja az alábbi függvények grafikonját!

(12 pont)

a) $f(x) = x^2 - x^3;$

b) $g(x) = \frac{x^2(x-3)}{(x^2-9)(x-5)^2};$

c) $h(x) = 2\arccos(x - 2);$

d) $l(x) = 1 + \operatorname{arch} x.$

5. Számítsa ki az alábbi függvények deriváltját:

(13 pont)

a) $f(x) = 3x^4 - 3\sqrt{x} + 5;$

$$f'(x) =$$

b) $f(x) = 2^{x+1} \cdot \cos 3x;$

$$f'(x) =$$

c) $f(x) = \cos^2(3x + \operatorname{tg} x) + \log_4(5e^x - 15);$

$$f'(x) =$$

d) $f(x) = \frac{5 - 7x^3}{1 + \sin 2x};$

$$f'(x) =$$

e) $f(x) = x^x, \quad (x > 0);$

$$f'(x) =$$

f) $f(x) = \operatorname{arctg}(6x^3 - 7x);$

$$f'(x) =$$

Miskolci Egyetem

Dátum:

Analízis Tanszéke

Név :

Neptun kód:

Aláírást pótló zárthelyi dolgozat – MINTA2
az Analízis I. c. tárgyból (GEMAN 151-B)
A dolgozat 20 ponttól számít sikeresnek.

1. Invertálható-e az $f: [-1; 1] \rightarrow [0; 1]$, $f(x) = 1 - x^2$ függvény a $[-1; 1]$ intervallum felett?
Válaszát indokolja! **(5 pont)**

2. Bizonyítsa teljes indukcióval a következő állítást! **(5 pont)**

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

3. Számítsa ki az alábbi határértékeket! **(15 pont)**

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 3n - 2}{5n^2 + 4n} =$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 4n}{n^2 + 7} =$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 3^{2n+1}}{6^n + 7^{n+2}} =$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^n =$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1+9n^2} - 3n \right) =$

4. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(12 pont)**

a) $f(x) = x^2 - x^4$;

b) $g(x) = \frac{x(x+1)}{(x^2-1)(x-3)}$;

c) $h(x) = -\arcsin(x - 2)$;

d) $l(x) = 1 + \operatorname{ch}x$.

5. Számítsa ki az alábbi függvények deriváltját:

(13 pont)

a) $f(x) = 3x^4 + 2\sqrt{x} - 4;$

$$f'(x) =$$

b) $f(x) = 2x \ln x;$

$$f'(x) =$$

c) $f(x) = \sin 4x - 2 \operatorname{tg} x;$

$$f'(x) =$$

d) $f(x) = \frac{3x}{1+x^2};$

$$f'(x) =$$

e) $f(x) = \ln(e^x + 5x);$

$$f'(x) =$$

f) $f(x) = (\operatorname{tg} x)^{7x+2}, \quad (\operatorname{tg} x > 0);$

$$f'(x) =$$