

Numerikus sorok

Matematikai analízis I. (GEMAN151-B)

Gazdaságinformatikus, Mérnök informatikus és Programtervező informatikus hallgatók részére

1. Számítsuk ki az alábbi sorok összegét, ha létezik!

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{10^n}; & \text{b)} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^n; & \text{c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2^{n+2}}; & \text{d)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{7^{2n-1}}; & \text{e)} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{5}{9^n} - \frac{2}{7^{n+2}}\right); \\ \text{f)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{10^n}; & \text{g)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{4}\right)^n; & \text{h)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-5)^n}{4^{2n}}; & \text{i)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^{2n+1}}; & \text{j)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{5^n} - \frac{2}{5^{n+1}}\right); \\ \text{j)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+3)}; & \text{k)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2-1}; & \text{l)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{4n^2-4n-3}; & \text{m)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}; & \text{n)} \sum_{n=3}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}. \end{array}$$

2. A divergencia-kritérium segítségével mutassuk ki az alábbi sorokról, hogy divergensek!

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2-1}{1+2n}; & \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+\sqrt{4n^2+1}}{\sqrt[3]{27n^3-4}+4n}; & \text{c)} \sum_{n=3}^{\infty} (\sqrt{n^2+2n}-n); & \text{d)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{4^n}; \\ \text{e)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{2}{n}\right)^{3n+2}; & \text{f)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-n^2}{n^2+9}; & \text{g)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{1+\frac{1}{n}}; & \text{h)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n-1}+5^{n-2}}{2^{2n+9}}. \end{array}$$

3. Az összehasonlító kritériumok segítségével állapítsuk meg, hogy az alábbi sorok közül melyek konvergensek!

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2}; & \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3-3}; & \text{c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n+5}{n^3-2n^2-5}; & \text{d)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-n-6}{n^4+3n^2+5}; \\ \text{e)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{\sqrt{n+1}}; & \text{f)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n-1}{3^n+5n}; & \text{g)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}; & \text{h)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2}. \end{array}$$

4. A Cauchy-féle gyökkritérium segítségével állapítsuk meg, hogy az alábbi sorok közül melyek konvergensek!

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-5}{2n}\right)^n; & \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}; & \text{c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}; & \text{d)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)3^n}{n^n}; \\ \text{e)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2-5n-3}{n^2+100n+2}\right)^n; & \text{f)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+5)3^n}{4^n}; & \text{g)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{100}}{(1.01)^n}; & \text{h)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^n}{n}. \end{array}$$

5. A D'Alambert-féle hányadoskritérium segítségével állapítsuk meg, hogy az alábbi sorok közül melyek konvergensek!

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!}; & \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}; & \text{c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; & \text{d)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}; \\ \text{e)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+5)3^n}{4^n}; & \text{f)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+5}; & \text{g)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^n}{3^n n!}; & \text{h)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}. \end{array}$$