12. feladatlap

Analízis II.

Gazdaságinformatikus és Programtervező informatikus hallgatók részére

1. Oldja meg a következő elsőrendű lineáris differenciálegyenleteket!

   a) $y' = y\text{ctg}x + \sin x$; b) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$;

   c) $y' = \frac{3y}{x} + x$; d) $y' + y\text{tg}x = \frac{1}{\cos x}$;

   e) $y' + 2y\text{sh}x = \text{sh}x$; f) $y' + \frac{y}{x} = e^x + \frac{3e^x}{x}$;

   g) $y' - \frac{3}{x}y = 2$; h) $xy' - y = e^x(x^2 + x^3)$;

   i) $y = xy' + y' \ln y$; j) $(x-2)y' = y + 2(x-2)^2$.

2. Keresse meg az alábbi differenciálegyenletek adott kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldását!

   a) $y' - \frac{1}{x \ln x}y = x \ln x$; $y(e) = \frac{e^2}{2}$

   b) $y' - \frac{y}{x} - 2x^2 = 0$; $y\,(1) = -1$

   c) $y' \cos^2 x + y = \text{tg}x$ $y(0) = 0$

   d) $y' + \frac{y}{1+x} = \frac{1+2x}{1+x}$ $y\,(0) = 2$

   e) $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2}{x} + \frac{3}{2}$; $y(1) = 0$

3. Alkalmas helyettesítéssel vezesse vissza az alábbi differenciálegyenleteket lineáris differenciálegyenletre! Oldja is meg az egyenleteket!

   a) $xe^{-y}\ y' = x - e^{-y}$;

   b) $x^2y' \cos y + 1 = 2x \sin y$;

   c) $xyy' + y^2 + 1 = x$;

   d) $xy' + y \ln y = xy \sin x$;

   e) $y' \sin y + x \cos y = x$.

4. Oldja meg az alábbi Bernoulli-típusú differenciálegyenleteket!

   a) $y' + y\text{tg}x + \frac{2y^3}{\cos x} = 0$ b) $xy' = y + 2x^3y^2$;

   c) $y' + 4xy = 2x\sqrt{y}e^{-x^2}$; d) $y' = y^2e^x - y$;

   e) $y' + y - y^2(\cos x - \sin x) = 0$; f) $xy' + y = \frac{\ln x}{y^3}$;

   g) $y' = y(y^3 \cos x + \text{tg}x)$; h) $xy' = y + 2x^3y^2$;

   i) $y' + 4y = xy^2$; $y(0) = 2$ j) $y' + \frac{3x^2y}{x^3+1} = y^2(x^3+1)\sin x$; $y(0) = 1$;

   k) $(2x^3 + 3xy^2)y' = x^2y + 2y^3$; $y(1) = 1$ l) $xy^2 - x + (x^2 + 4y)y' = 0$;