Matematika Intézet

Analízis Tanszék

Miskolc, 2018. december 04.

Név:...

Neptun kód:..

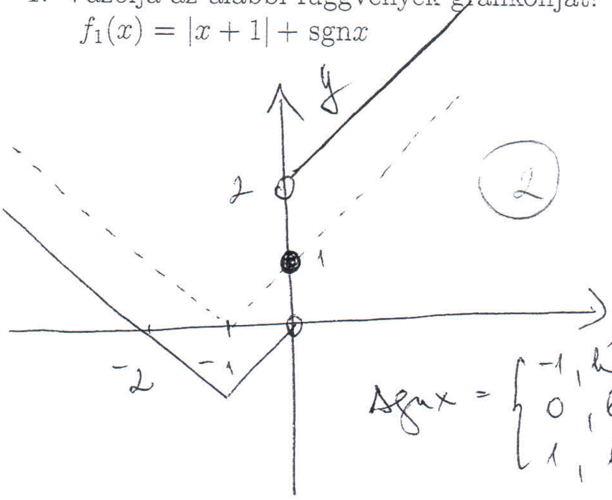
Gyakorlatvezető neve:.............................

II. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis I. (GEMAN151-B) c. tárgyból
A változat

A dolgozat 25 ponttól számít sikeresnek.

1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(12 pont)**

$f_1(x) = |x+1| + \operatorname{sgn} x$

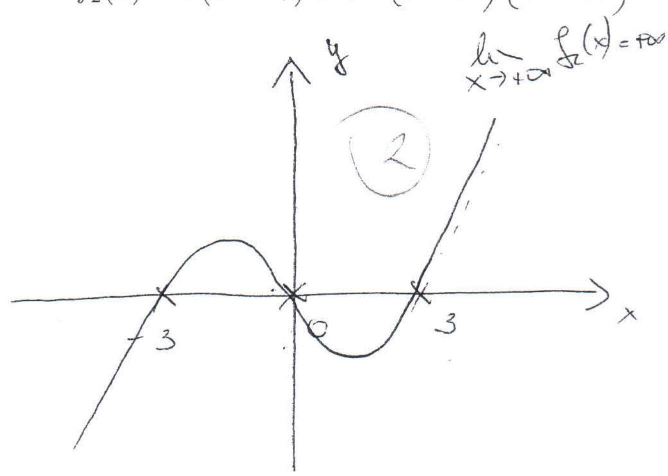


$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1, & \text{ha } x < 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \\ 1, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$

Zh: $x_1 = 0$ (1)
$x_2 = 3$ (1)
$x_3 = -3$ (1)

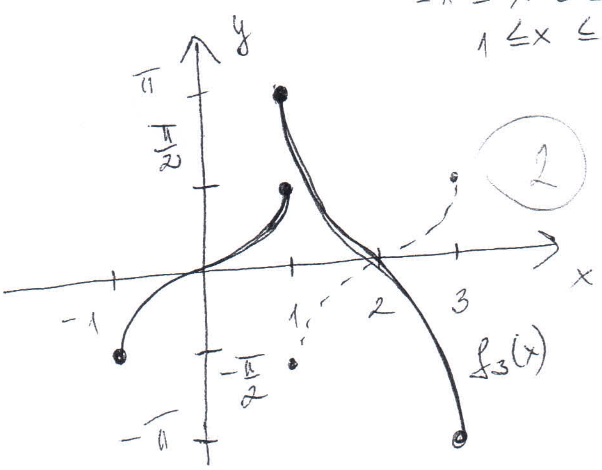
$f_2(x) = x(x^2-9) = x\cdot(x-3)(x+3)$

$\lim_{x\to+\infty} f_2(x) = +\infty$



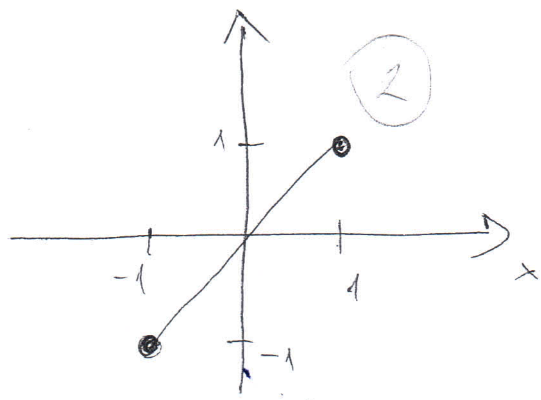
$f_3(x) = -2\arcsin(x-2)$

$-1 \le x-2 \le 1$
$1 \le x \le 3$

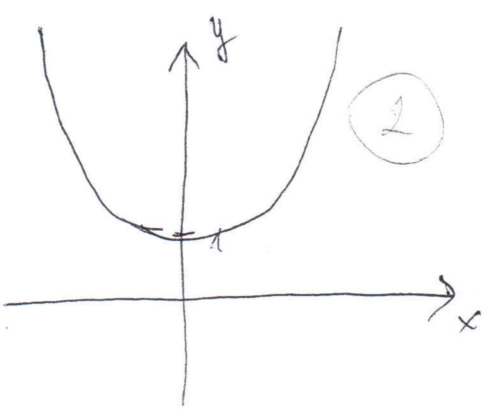


$f_4(x) = \sin(\arcsin x) = x$

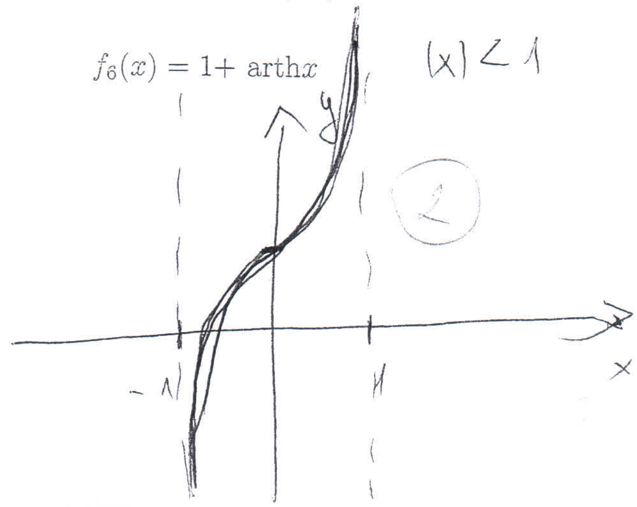
$-1 \le x \le 1$



$f_5(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2} = \operatorname{ch} x$



$f_6(x) = 1 + \operatorname{arth} x$ $\quad |x| < 1$



2. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{4\} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+3}{x^2-3x-4}, & \text{ha } x \neq -1 \text{ és } x \neq 4 \\ 3 & \text{ha } x = -1 \end{cases}$$

függvény. Határozza meg az f függvény szakadási pontjait, ha egyáltalán vannak ilyenek, majd adja meg az f függvény valamennyi vízszintes és függőlges aszimptotájának az egyenletét! Vázolja a függvény grafikonját! **(7 pont)**

$$\frac{3x+3}{x^2-3x-4} = \frac{3\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x-4)} = \frac{3}{x-4} \quad 1$$

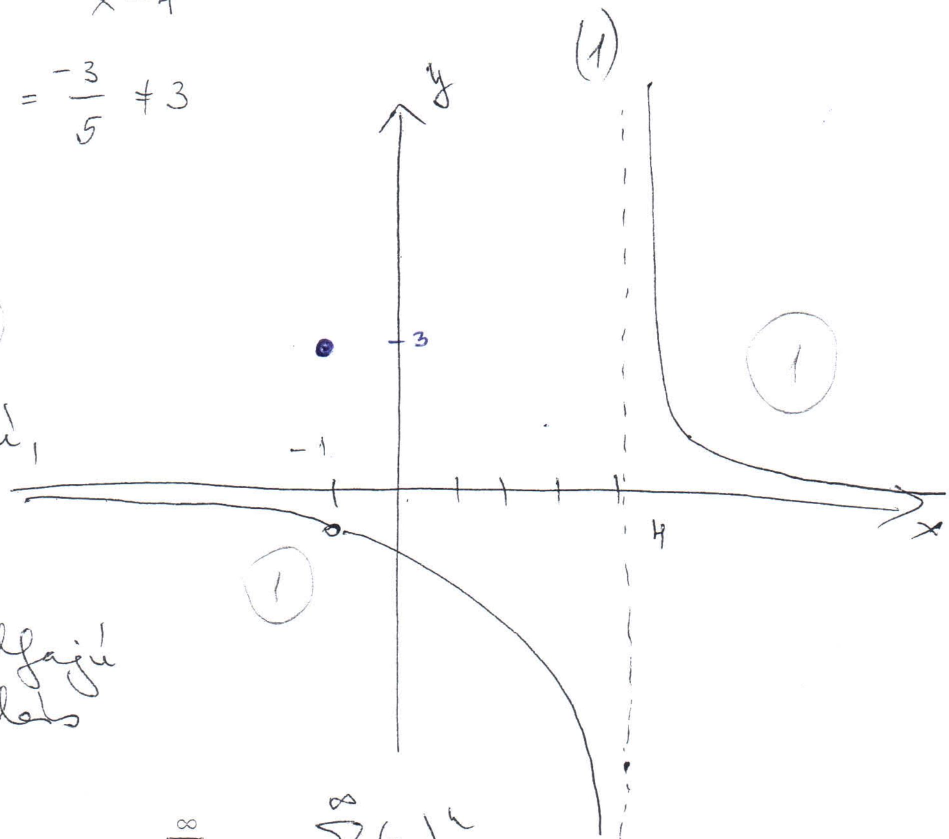
$$\lim_{x \to -1} f(x) = \lim_{x \to -1} \frac{3}{x-4} = \frac{-3}{5} \neq 3$$

$y_A = 0$ 1

Pl: $x_1 = 4$ (1) 1

$x_0 = -1$-ben elsőfajú, megszüntethető 1 szakadás

$x_1 = 4$-ben másodfajú 1 szakadás



3. Adja meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} 7^n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} (7x)^n$$

hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciaintervallumát! **(5 pont)**

$q = 7x$, $|q| < 1$, $x_0 = 0$ 1

$-1 < 7x < 1$

$-\frac{1}{7} < x < \frac{1}{7}$ 3

$H = \left(-\frac{1}{7}, \frac{1}{7}\right)$, $r = \frac{1}{7}$ 1

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(15 pont)**

(a) $(x^4 - 4x - 7^x)' =$ $4x^3 - 4 - 7^x \cdot \ln 7$

3

(b) $\left(\frac{4}{\sqrt[6]{x^5}} + \frac{3}{x^3} - 2\log_8 x\right)' =$ $\left(4 \cdot x^{-\frac{5}{6}} + 3 \cdot x^{-3} - 2\log_8 x\right)' =$

$= \frac{-20}{6} x^{-\frac{11}{6}} - 9x^{-4} - 2\frac{1}{x \cdot \ln 8}$ 3

(c) $(\cos 4x \cdot \sin(7x+1))' =$ $-4\sin 4x \cdot \sin(7x+1) + \cos 4x \cdot 7\cos(7x+1)$

3

(d) $\left(\frac{(3x^2+5)^3}{\operatorname{ch}(8x+e^x)}\right)' =$ $\frac{3\cdot(3x^2+5)^2 \cdot 6x \cdot \operatorname{ch}(8x+e^x) - (3x^2+5)^3 \cdot \operatorname{sh}(8x+e^x) \cdot A}{\operatorname{ch}^2(8x+e^x)}$

$A = 8 + e^x$

3

(e) $(2\text{arctg}x - \lg^5 x^2)' =$ $\frac{2}{1+x^2} - 5\lg^4 x^2 \cdot \frac{1}{x^2 \ln 10} \cdot 2x$

3

5. Írja fel az $f : \mathbb{R} \to [0,1]$, $f(x) = \sin^2 x$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = \frac{\pi}{3}$ abszcisszájú pontban! (**5 pont**)

$$f(x_0) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin^2\frac{\pi}{3} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \quad 1$$

$$P_0\left(\frac{\pi}{3}; \frac{3}{4}\right)$$

$$f'(x) = 2\sin x \cdot \cos x \quad 1$$

$$f'(x_0) = f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sin\frac{\pi}{3} \cdot \cos\frac{\pi}{3} = \cancel{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 1$$

Érintő: $y_é = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{3}{4}$ 1

Normális: $y_n = \frac{-2}{\sqrt{3}} \cdot \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{3}{4}$ 1

6. Számítsa ki az alábbi határértékeket, ha léteznek! (**6 pont**)

(a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x - \sin x}{x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x \to 0} \frac{3 - \cos x}{1} = \frac{3-1}{1} = \underline{\underline{2}}$

4

(b) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x + 1} = \frac{0}{2} = \underline{\underline{0}}$

2

Matematika Intézet

Analízis Tanszék

Miskolc, 2018. december 04.

Név:..

Neptun kód:..

Gyakorlatvezető neve:..............................

II. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis I. (GEMAN151-B) c. tárgyból
B változat

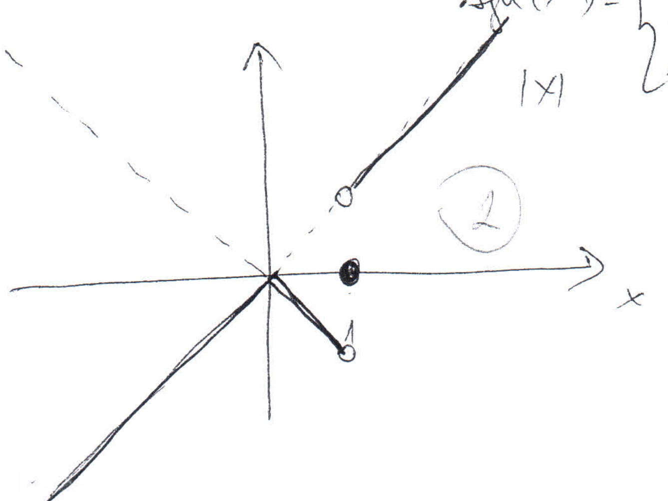
A dolgozat 25 ponttól számít sikeresnek.

2a: $x_1 = 0$ (2)
$x_2 = 2$ (1)
$x_3 = -2$ (1)

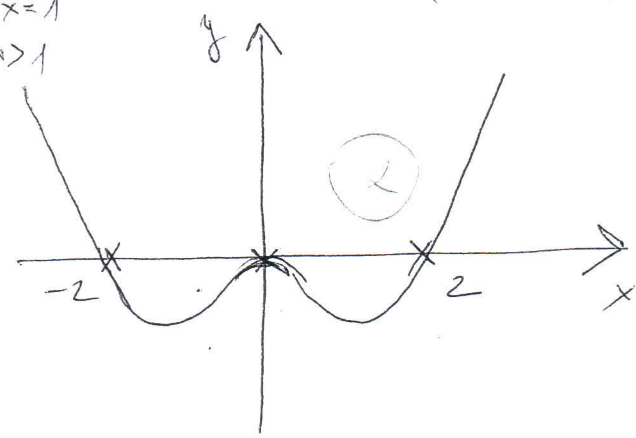
1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(12 pont)**

$f_1(x) = |x| \cdot \operatorname{sgn}(x-1)$

$$\operatorname{sgn}(x-1) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x<1 \\ 0, & \text{ha } x=1 \\ 1, & \text{ha } x>1 \end{cases}$$



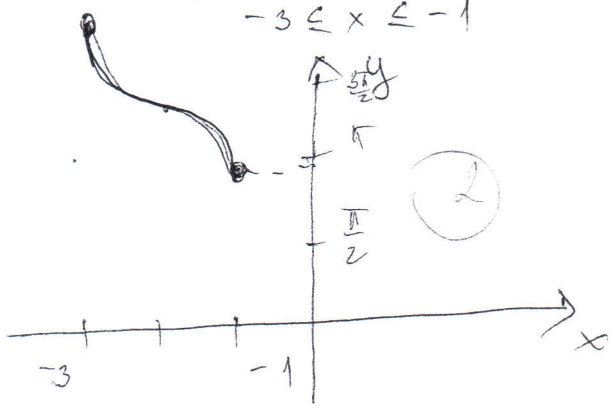
$f_2(x) = x^2(x^2-4) = x^2(x-2)(x+2)$



$f_3(x) = \pi + \arccos(x+2)$

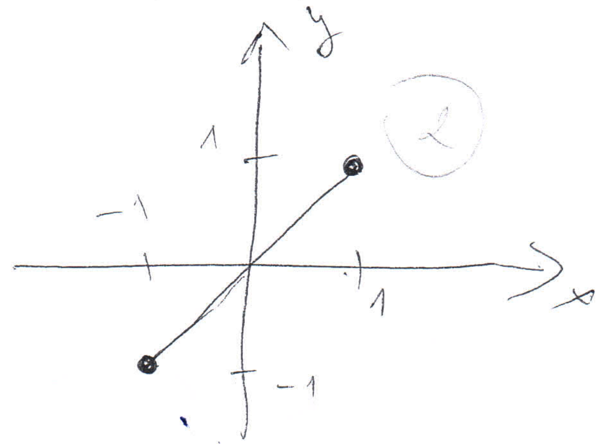
$-1 \le x+2 \le 1$

$-3 \le x \le -1$

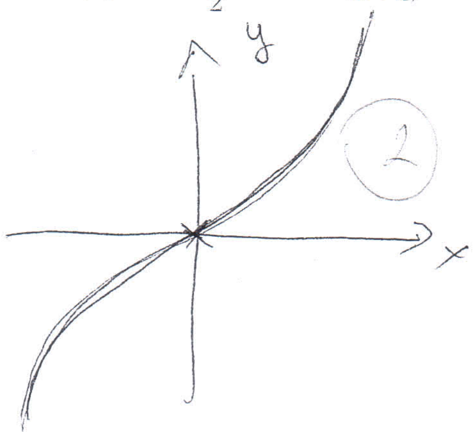


$f_4(x) = \cos(\arccos x) = x$

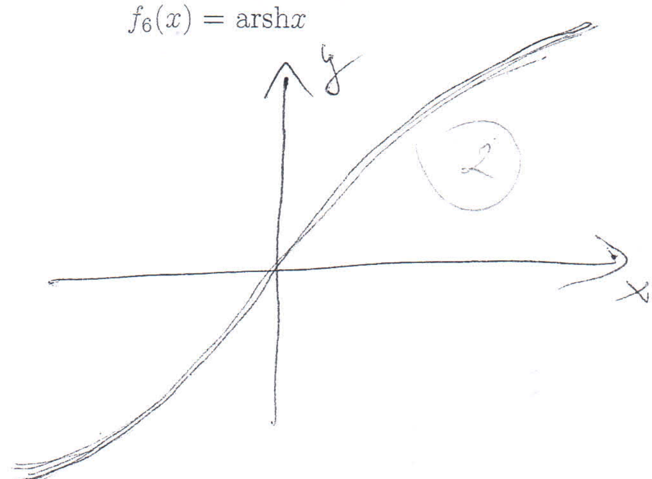
$-1 \le x \le 1$



$f_5(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2} = \operatorname{sh} x$



$f_6(x) = \operatorname{arsh} x$



2. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{-3\} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-2}{x^2+2x-3}, & \text{ha } x \neq 1 \text{ és } x \neq -3 \\ 1 & \text{ha } x = 1 \end{cases}$$

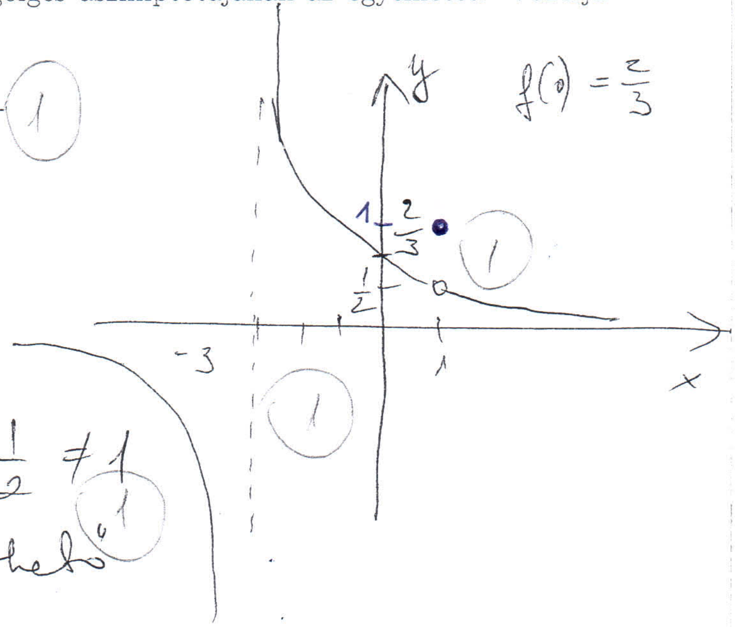
függvény. Határozza meg az f függvény szakadási pontjait, ha egyáltalán vannak ilyenek, majd adja meg az f függvény valamennyi vízszintes és függőlges aszimptotájának az egyenletét! Vázolja a függvény grafikonját! **(7 pont)**

$$\frac{2x-2}{x^2+2x-3} = \frac{2\cdot\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+3)} = \frac{2}{x+3} \quad 1$$

Zh: –

Fh: $x = -3$ (1) 1

$y_A = 0$ 1



$$\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1} \frac{2}{x+3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \neq 1 \quad 1$$

$x_0 = 1$ elsőfajú, megszüntethető szakadás

$x_1 = -3$ másodfajú szakadás 1

3. Adja meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n x^n = (3x)^n$$

hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciaintervallumát! **(5 pont)**

$q = 3x$, $|q| < 1$, $x_0 = 0$ 1

$-1 < 3x < 1$

$-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$ 3

$H = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$; $r_0 = \frac{1}{3}$ 1

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(15 pont)**

(a) $(2x^5 - \sqrt{3x} - 2^x)' =$ $10x^4 - \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2^x \cdot \ln 2$

3

(b) $\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{3}{x^3} - \arcsin x\right)' =$ $\left(2 \cdot x^{-\frac{1}{3}} + 3 \cdot x^{-3} - \arcsin x\right)' =$

3

$= \frac{-2}{3} x^{-\frac{4}{3}} - 9 \cdot x^{-4} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{-2}{3 \cdot \sqrt[3]{x^4}} - \frac{9}{x^4} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(c) $(\log_2(4x) \cdot \mathrm{sh}(4x+\pi))' =$ $\frac{1}{4x \cdot \ln 2} \cdot 4 \cdot \mathrm{sh}(4x+\pi) + \log_2(4x)\, 4\mathrm{ch}(4x+\pi)$

3

(d) $\left(\frac{\sqrt{2x+7}}{\mathrm{tg}(8x+5)}\right)' =$ $\frac{\frac{1}{2} \cdot (2x+7)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 \cdot \mathrm{tg}(8x+5) - \sqrt{2x+7} \cdot \frac{1}{\cos^2(8x+5)} \cdot 8}{\mathrm{tg}^2(8x+5)}$

3

(e) $(4\mathrm{arcctg}x - \lg^4 x^3)' =$ $\frac{-4}{1+x^2} - 4 \cdot (\lg^3 x^3) \cdot \frac{1}{x^3 \cdot \ln 10} \cdot 3x^2$

3

5. Írja fel az $f : \mathbb{R} \to [0,1]$, $f(x) = \cos^2 x$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = \frac{\pi}{6}$ abszcisszájú pontban! (5 pont)

$$f(x_0) = \cos^2 \frac{\pi}{6} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \quad 1$$

$$P_0\left(\frac{\pi}{6}; \frac{3}{4}\right)$$

$$f'(x) = 2\cos x \cdot (-\sin x) \quad 1$$

$$f'(x_0) = 2\cos\frac{\pi}{6} \cdot \left(-\sin\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad 1$$

Érintő: $y_e = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{3}{4}$ 1

Normális: $y_n = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{3}{4}$ 1

6. Számítsa ki az alábbi határértékeket, ha léteznek! (6 pont)

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{\sin 3x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x\to 0} \frac{2\sin 2x}{3\cos 3x} = \frac{0}{3} = 0$

4

(b) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sin(x^2-1)}{x+1} = \frac{0}{2} = 0$

2

Matematika Intézet

Analízis Tanszék

Miskolc, 2018. december 04.

Név:...

Neptun kód:...

Gyakorlatvezető neve:...........................

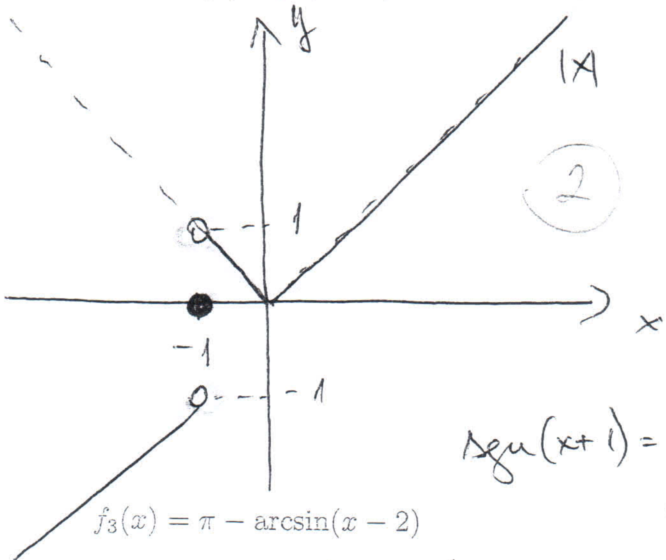
II. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis I. (GEMAN151-B) c. tárgyból
C változat

A dolgozat 25 ponttól számít sikeresnek.

2h: $x_1 = 0$ (3)
$x_2 = 1$

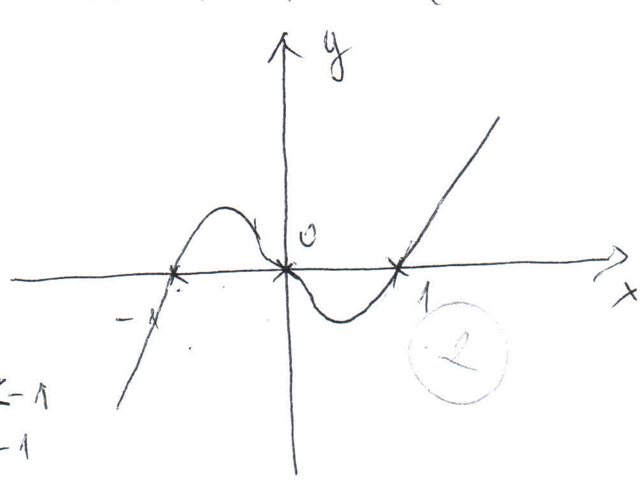
1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(12 pont)**

$f_1(x) = |x| \cdot \mathrm{sgn}(x+1)$



$\mathrm{sgn}(x+1) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x < -1 \\ 0, & \text{ha } x = -1 \\ 1, & \text{ha } x > -1 \end{cases}$

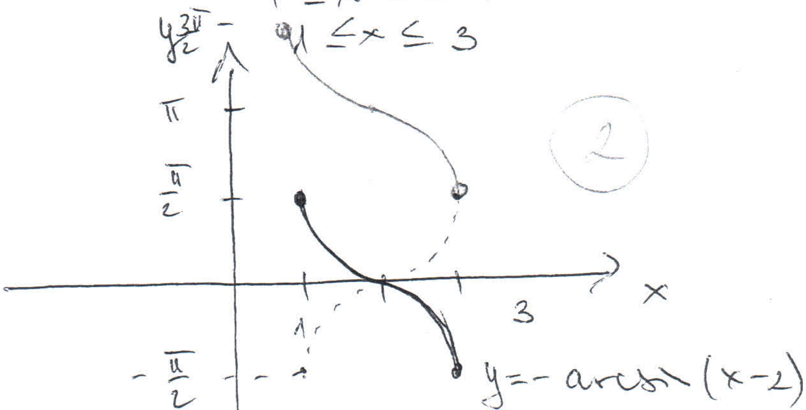
$f_2(x) = x^3(x^2-1) = x^3(x-1)(x+1)$



$f_3(x) = \pi - \arcsin(x-2)$

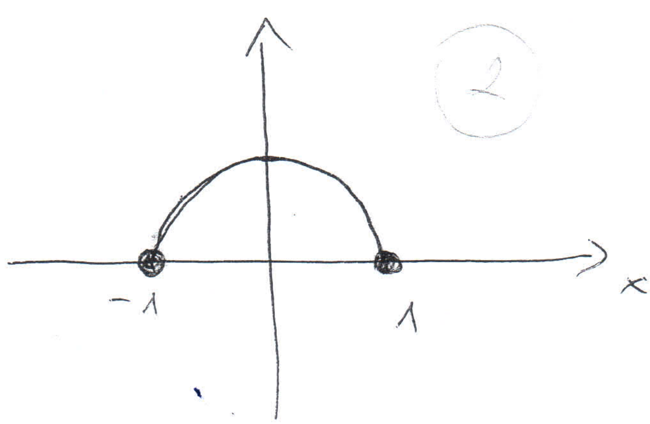
$-1 \le x-2 \le 1$

$1 \le x \le 3$

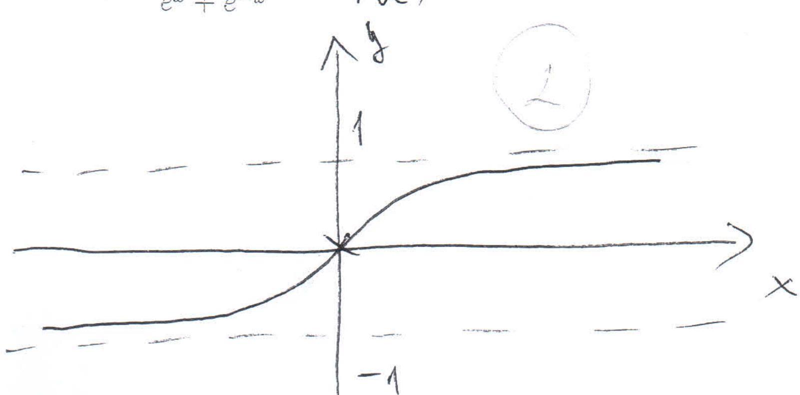


$f_4(x) = \sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$

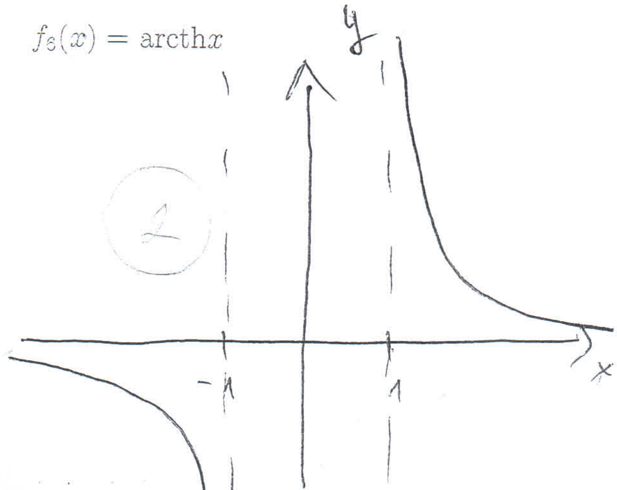
$-1 \le x \le 1$



$f_5(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \mathrm{th}\, x$



$f_6(x) = \mathrm{arcth} x$



Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \to \mathbb{R}$,

$f(0) = -\frac{5}{3}$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{5x-10}{x^2-5x+6}, & \text{ha } x \neq 2 \text{ és } x \neq 3 \\ 0, & \text{ha } x = 2 \end{cases}$$

függvény. Határozza meg az f függvény szakadási pontjait, ha egyáltalán vannak ilyenek, majd adja meg az f függvény valamennyi vízszintes és függőlges aszimptotájának az egyenletét! Vázolja a függvény grafikonját! (7 pont)

$$\frac{5x-10}{x^2-5x+6} = \frac{5\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x-3)} = \frac{5}{x-3} \quad 1$$

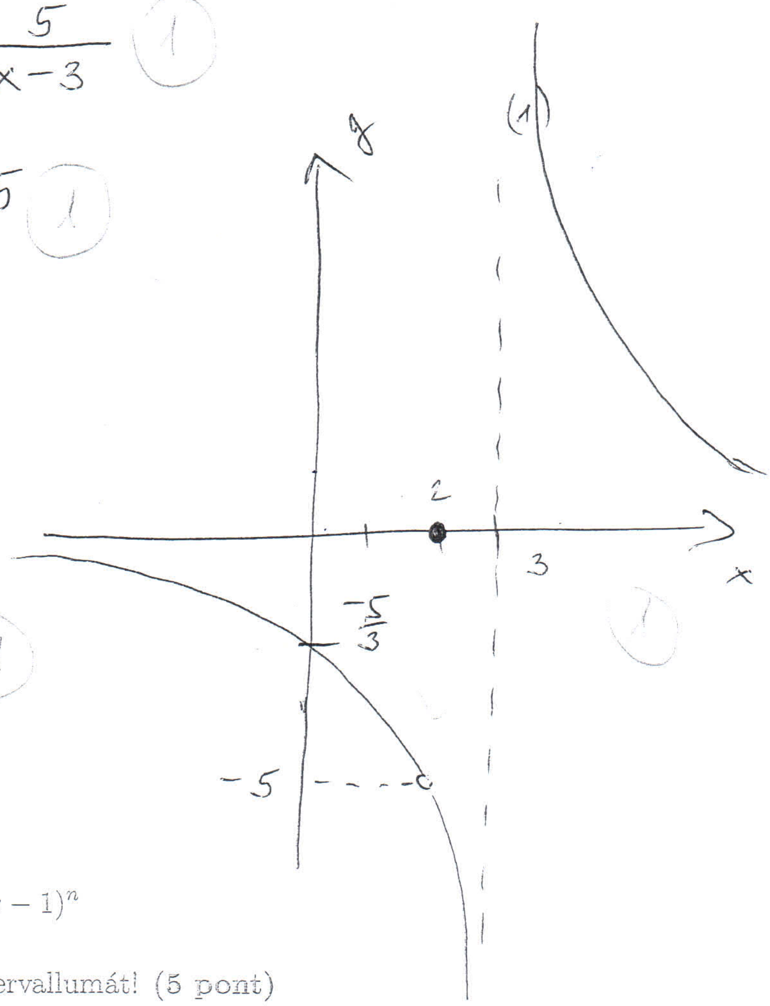
$$\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} \frac{5}{x-3} = -5 \quad 1$$

$y_A = 0$ 1

Zh: –

Ph: $x_1 = 3$ – másodfajú szakadás 1

$x_0 = 2$ – elsőfajú, megszüntethető szakadás 1



3. Adja meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} 4^n (x-1)^n$$

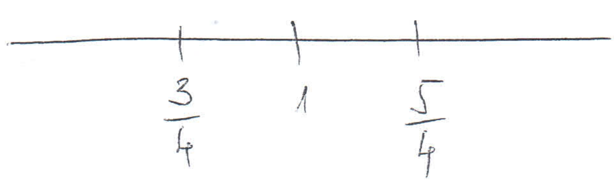
hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciaintervallumát! (5 pont)

$q = \left(4(x-1)\right)^n$, $|q| < 1$, $x_0 = 1$ 1

$-1 < 4x - 4 < 1$

$3 < 4x < 5$

$\frac{3}{4} < x < \frac{5}{4}$ 3



$H = \left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$, $r = \frac{1}{4}$ 1

Végezze el a kijelölt differenciálásokat! (15 pont)

(a) $(3x^7 - \sqrt{5x} - 4^x)' = 21x^6 - \sqrt{5}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} - 4^x \ln 4$

3

(b) $\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{(x^3+x)^2} - \arccos x\right)' = \frac{-2}{x^2} - 2\cdot(x^3+x)^{-3}\cdot(3x^2+1) + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

3

(c) $(\ln(8x+5)\cdot\sin(x+\pi))' = \frac{1}{8x+5}\cdot 8\cdot\sin(x+\pi) + \ln(8x+5)\cdot\cos(x+\pi)$

3

(d) $\left(\frac{\sqrt{3x-5}}{\cos^2(2x+4)}\right)' = \frac{\frac{1}{2}\cdot(3x-5)^{-\frac{1}{2}}\cdot 3\cdot\cos^2(2x+4) - \sqrt{3x-5}\cdot 2\cdot\cos(2x+4)\cdot A}{\cos^4(2x+4)}$

$A = -2\sin(2x+4)$

3

(e) $(3\operatorname{arth}x - \lg^3 x^7)' = \frac{3}{1-x^2} - 3\cdot\lg^2 x^7\cdot\frac{1}{x^7\cdot\ln 10}\cdot 7x^6$

3

. Írja fel az $f : \mathbb{R} \to [-1,1]$, $f(x) = \cos 2x$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = \frac{\pi}{6}$ abszcisszájú pontban! (5 pont)

$$f(x_0) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \quad 1$$

$$P_0\left(\frac{\pi}{6}; \frac{1}{2}\right)$$

$$f'(x) = -2\sin 2x \quad 1$$

$$f'(x_0) = f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2\sin\frac{\pi}{3} = -2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3} \quad 1$$

Érintő:

$$y_e = -\sqrt{3}\cdot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2} \quad 1$$

Normális: $$y_n = \frac{+1}{\sqrt{3}}\cdot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2} \quad 1$$

6. Számítsa ki az alábbi határértékeket, ha léteznek! (6 pont)

(a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2x-\pi} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x}{2} = \frac{-1}{2}$

4

(b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1+\cos x} = \frac{0}{2} = 0$

2

Matematika Intézet

Analízis Tanszék

Miskolc, 2018. december 04.

Név:.......................................

Neptun kód:.......................................

Gyakorlatvezető neve:.............................

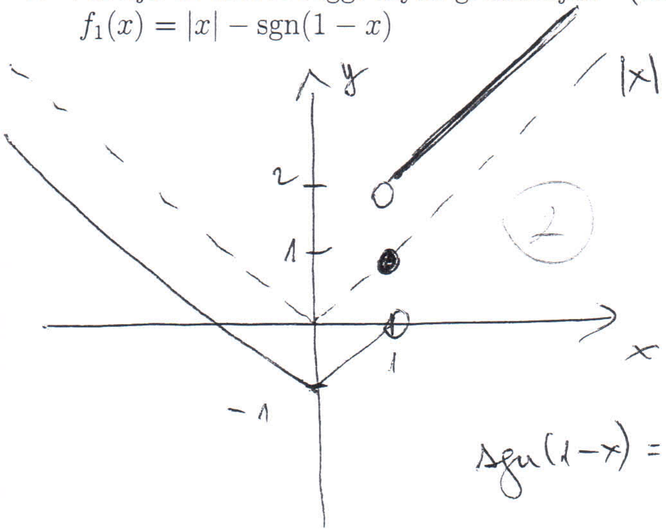
II. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis I. (GEMAN151-B) c. tárgyból
D változat

A dolgozat 25 ponttól számít sikeresnek.

Zh: $x_1 = 0\ (1)$
$x_2 = 1\ (2)$
$x_3 = -1\ (2)$

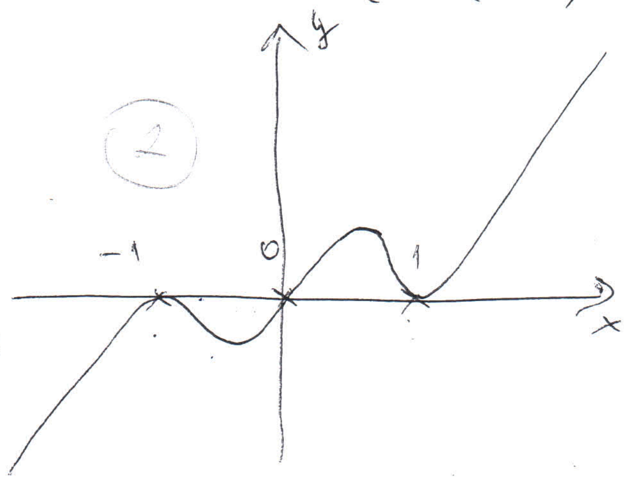
1. Vázolja az alábbi függvények grafikonját! **(12 pont)**

$f_1(x) = |x| - \operatorname{sgn}(1-x)$



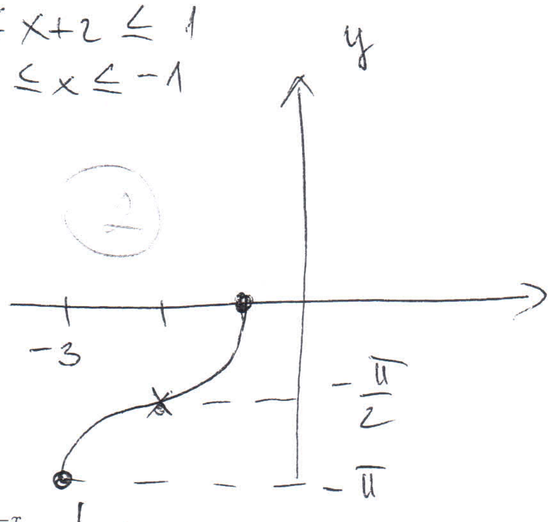
$$\operatorname{sgn}(1-x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x<1 \\ 0, & \text{ha } x=1 \\ -1, & \text{ha } x>1 \end{cases}$$

$f_2(x) = x(1-x^2)^2 = x\cdot(1-x)^2(1+x)^2$

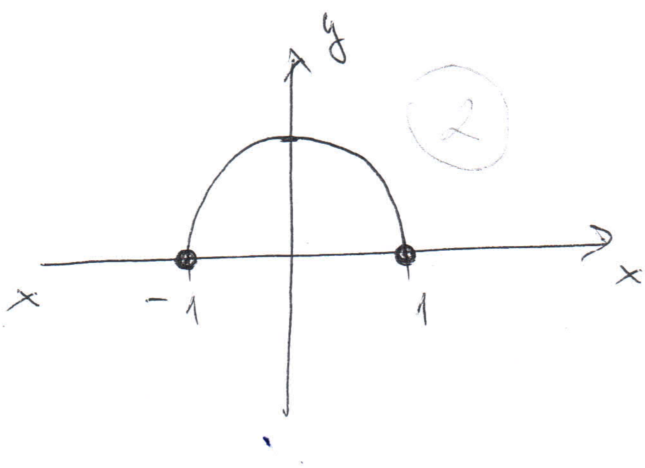


$f_3(x) = -\arccos(x+2)$

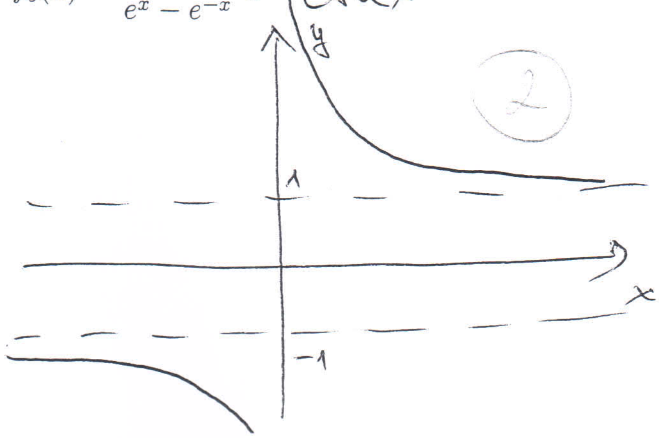
$-1 \le x+2 \le 1$
$-3 \le x \le -1$



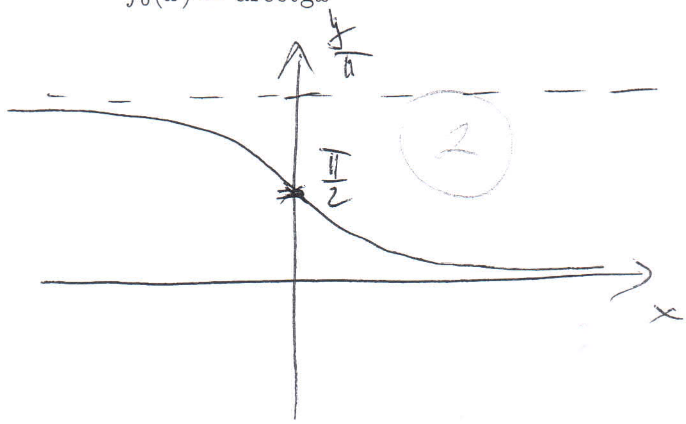
$f_4(x) = \cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$



$f_5(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \operatorname{cth} x$



$f_6(x) = \operatorname{arcctg} x$



2. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4x+8}{x^2-x-6}, & \text{ha } x \neq -2 \text{ és } x \neq 3 \\ -2, & \text{ha } x = 3 \end{cases}$$

$f(0) = \frac{-4}{3}$

függvény. Határozza meg az f függvény szakadási pontjait, ha egyáltalán vannak ilyenek, majd adja meg az f függvény valamennyi vízszintes és függőlges aszimptotájának az egyenletét! Vázolja a függvény grafikonját! **(7 pont)**

$\frac{4x+8}{x^2-x-6} = \frac{4\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}(x-3)} = \frac{4}{x-3}$ 1

$\lim_{x \to -2} f(x) = \frac{-4}{5}$ 1

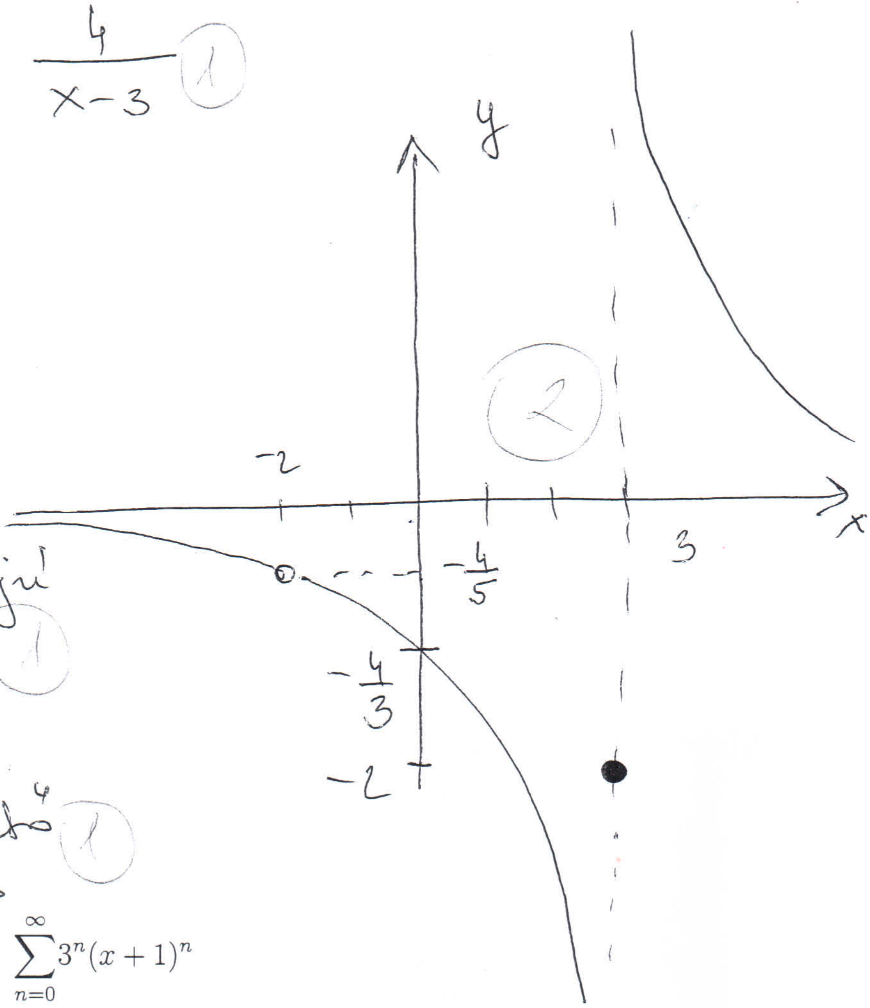
$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$

$y_A = 0$ 1

Zh: –

Ph: $x_0 = 3$ – másodfajú szakadás 1

Hp: $x_1 = -2$ – elsőfajú megszüntethető szakadás 1



3. Adja meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n (x+1)^n$$

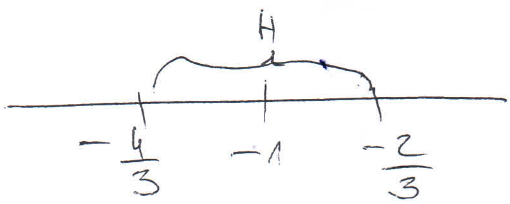
hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciaintervallumát! **(5 pont)**

$q = 3(x+1)$, $|q| < 1$, $x_0 = -1$ 1

$-1 < 3x+3 < 1$

$-4 < 3x < -2$

$-\frac{4}{3} < x < -\frac{2}{3}$



$H = \left(-\frac{4}{3} ; -\frac{2}{3}\right)$; $r = \frac{1}{3}$ 1

3

4. Végezze el a kijelölt differenciálásokat! **(15 pont)**

(a) $(5x^3 - \sqrt{2x} - e^x)' = 15x^2 - \sqrt{2} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - e^x$

3

(b) $\left(\dfrac{8}{x} + \dfrac{1}{(x^4-x)^3} - \arcsin x\right)' = \dfrac{-8}{x^2} - 3 \cdot (x^4 - x)^{-4} \cdot (4x^3 - 1) - \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

3

(c) $(\ln(4x-1) \cdot \mathrm{ch}(2x+1))' = \dfrac{1}{(4x-1)} \cdot 4 \cdot \mathrm{ch}(2x+1) + \ln(4x-1) \cdot A_1$

3

$A_1 = 2\,\mathrm{sh}(2x+1)$

(d) $\left(\dfrac{\sqrt{2x-5}}{\sin^2(x+\pi)}\right)' = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot (2x-5)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 \cdot \sin^2(x+\pi) - \sqrt{2x-5} \cdot 2\sin(x+\pi) \cdot A_2}{\sin^4(x+\pi)}$

3

$A_2 = \cos(x+\pi)$

(e) $(\mathrm{arctg}\, x^2 - \lg^2 x^4)' = \dfrac{1}{1+x^4} \cdot 2x - 2\lg x^4 \cdot \dfrac{1}{x^4 \cdot \ln 10} \cdot 4x^3$

3

5. Írja fel az $f : \mathbb{R} \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin 2x$ függvény érintőjének és normális egyenesének egyenletét az $x_0 = \frac{\pi}{6}$ abszcisszájú pontban! (**5 pont**)

$$f(x_0) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 1$$

$$P_0\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$f'(x) = 2\cos 2x \quad 1$$

$$f'(x_0) = 2 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad 1$$

Érintő: $y_e' = x - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 1

Normális: $y_n = -\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 1

6. Számítsa ki az alábbi határértékeket, ha léteznek! (**6 pont**)

(a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{2x^2 + 3x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x \to 0} \frac{2\cos 2x}{4x^2 + 3} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

4

(b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \cos 2x} = \frac{0}{1} = \underline{\underline{0}}$

2