

Miskolci Egyetem

Miskolc, 2015. december 01.

Analízis Tanszéke

Név :

Neptun kód:

II. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis I. c. tárgyból (GEMAN 151-B)
I. éves hallgatók részére

A dolgozat 20 ponttól számít sikeresnek.

1. Konvergens-e az alábbi váltakozó előjelű sor? Válaszát indokolja! (5 pont)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2}$$

2. Vázolja az alábbi egyváltozós valós függvények grafikonját! (15 pont)

a) $f_1(x) = x^4 - 9x^2$;

b) $f_2(x) = 2\arcsin(x - 3)$;

c) $f_3(x) = \operatorname{th}x$;

d) $f_4(x) = \operatorname{arcth}x$;

e) $f_5(x) = \sin(\arcsin x)$.

3. Adott az alábbi racionális törtfüggvény!

$$f: \mathbb{R} \setminus \{-3, 3, 5\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x(x-3)}{(x^2-9)(x-5)^2}$$

a) Vázolja a függvény grafikonját! (6pont)

b) Határozza meg az alábbi határértékeket, ha léteznek! (5 pont)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$$

c) Milyen szakadása van a függvénynek az $x_0 = 3$ helyen? Válaszát indokolja! (4 pont)

4. Adott a

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x-3}{4} \right)^n$$

hatványsor.

a) Adja meg a hatványsor konvergenciasugarát! (4 pont)

b) Határozza meg a fenti hatványsor konvergencia-intervallumát! (7 pont)

c) Írja fel az $f(x) = e^x$ és a $g(x) = \operatorname{sh} x$ függvények hatványsorát ($x \in \mathbb{R}$)! (4 pont)