

Miskolci Egyetem

Analízis Tanszék

Miskolc, 2022. március 29.

Név:.....

Neptun kód:.....

Gyakorlatvezető neve:.....

I. zárthelyi dolgozat a Matematikai analízis II. (GEMAN 161-B) c. tárgyból

(A dolgozattal maximum 50 pont szerezhető.)

1. Adja meg az alábbi határozatlan integrálokat! (*14 pont*)

(a) $\int \left(5^x - 4e^{3x} + \frac{7}{x} + \operatorname{ctg} x \right) dx =$

(b) $\int \frac{4 \sin x}{\sqrt[5]{\cos^2 x}} dx =$

(c) $\int (3x + 1) \cos 2x \, dx =$

(d) $\int \frac{x + 1}{x^2(x - 1)} \, dx =$

2. Adottak az $f, g : [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann-integrálható függvények. Legyen

$$\int_1^2 f(x) dx = -4, \quad \int_1^5 f(x) dx = 6, \quad \int_1^5 g(x) dx = 8.$$

Határozza meg a következő integrálok értékét! (4 pont)

(a) $\int_1^1 f(x) dx =$

(b) $\int_5^1 3f(x) dx =$

(c) $\int_2^5 f(x) dx =$

(d) $\int_1^5 (4f(x) - g(x)) dx =$

3. Számítsa ki az $r(\varphi) = 4 \sin \varphi$, $\varphi \in [0, \pi]$ görbe által határolt végés síkrész területének mérőszámát integrálszámítás alkalmazásával! Készítsen vázlatot! Adja meg a görbe Descartes-koordinátás egyenletét! (6 pont)

4. Számítsa ki az

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}t^2 \\ y(t) = \frac{4}{3}\sqrt{(t+1)^3}, \quad t \in [1, 4] \end{cases}$$

paraméteres egyenletrendszerrel adott görbe ívhosszát integrálszámítás alkalmazásával!
(6 pont)

5. Forgassa meg az $y = \sqrt{1-x}$ görbe y -tengely által levágott I. síknegyedbe eső darabját az x -tengely körül és határozza meg a keletkező forgástest térfogatát integrálszámítás alkalmazásával! Készítsen vázlatot! (6 pont)

6. Vázolja az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{4}{\sqrt{x}}, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 2^{-x}, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

függvény grafikonját, majd számítsa ki a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \, dx$$

improprius integrált! (8 pont)

7. Vizsgálja konvergencia szempontjából a

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x + \cos^2 x} dx$$

improprius integrált! Mit mondhatunk a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{n + \cos^2 n}$$

numerikus sor konvergenciájáról? Válaszát indokolja! (6 pont)