

Automaták és Formális nyelvek

I. előadás

0.1. Bevezető

Milyen tudományághoz kapcsolódik a formális nyelvek és automaták?

Ez egy határtudomány a matematika, a számítástudomány között és a rendszermélet közötti kapcsolatot teremti meg. Nagyon sokrétű felhasználása van: a beszélt nyelvek gépi feldolgozása, programozási nyelvek, fordító programok, operációs rendszerek, kódelmélet, adatsűrítés, képfeldolgozás és még sorolhatnám.

Az algoritmusok bonyolultságelméletét szeretném külön kiemelni, ezzel a félév végén fogunk foglalkozni. Neumann Jánosról mindenki hallott, már ő is látta, hogy a bonyolultság és az azzal kapcsolatos kérdések fontos szerepet játszanak majd a számítástudományban. A 70-es évek elején egy új elméletet alapoztak meg, ez volt a bonyolultságelmélet. Az eltelt több mint 30 év alatt azonban sajnos ez az elmélet nem adott választ a feltett legégetőbb kérdésekre. Ezek közül is a legfontosabb, az úgynevezett $P = NP?$ probléma, melynek megoldása választ adna arra a nagyon fontos kérdésre, hogy egyes, a gyakorlatban is lépten-nyomon felmerülő feladatokhoz létezik-e hatékony megoldó algoritmus. Ez a több mint 30 éves nagy kérdés valószínűleg még sokáig megoldatlan marad.

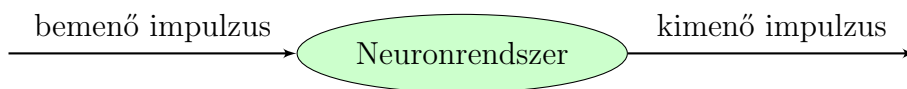
”Automatán egy olyan absztrakt rendszert értünk, amely egy diszkrétnek képzelt időskála időpillanataiban érkezett ingerek hatására ezen időpillanatokban válasszal reagál, miközben belső állapotát megadott szabályok szerint változtatja a külső ingerek hatására. Az ingerekre adott válasz függ mind az ingerektől mind pedig a pillanatnyi belső állapottól. Ebben az értelemben tehát nemcsak a gépek, hanem bármiféle élő vagy élettelen objektumok tekinthetők automatának, ha ezen séma szerint vizsgáljuk őket, azaz ilyenfajta működést tulajdonítunk nekik.”

A legkülönbözőbb létező vagy nem létező dolgokat tekinthetjük automatának. Automatának tekinthető a terem ajtaja, az energiával kiadó automata, a kávéfőző sőt akár a kockadobás is. Azaz azt nézzük, hogy bizonyos gépek, vagy akár emberek, hogyan reagálnak adott impulzusra (bemeneti adatra) és ez milyen reagálással jár. A félév elején a legegyszerűbb automatákkal fogunk foglalkozni a véges determinisztikus automatákkal, majd a félév során egyéb típusokat is vizsgálunk: veremautomatákat, Turing-gépeket.

Következzen a kedvenc bemutató példám, avagy a kecske is jóllakik és a káposzta is megmarad.

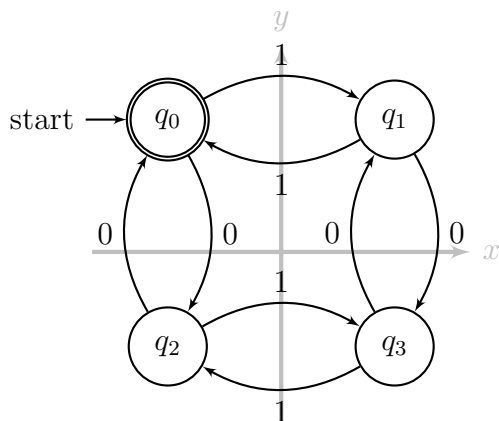
0.2. Végtes determinisztikus automaták (DFA)

A végtes determinisztikus automata fogalma eredetileg az idegrendszer tanulmányozására alakult ki:

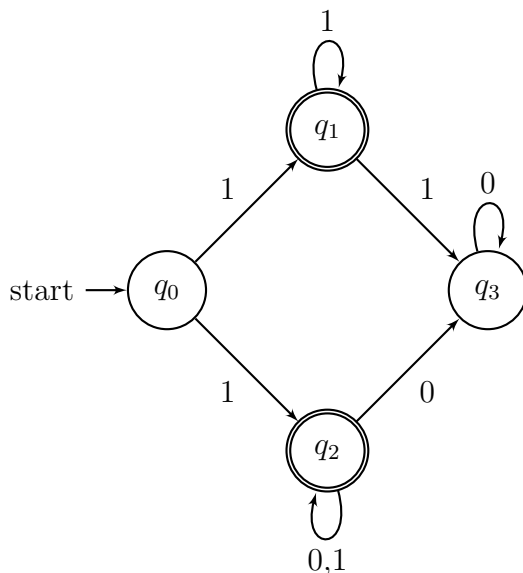


A kimenő impulzus két dologtól függ a bemenő jeltől és a neuronrendszer állapotától.

1. ábra. 1. Példa



2. ábra. 2. Példa nem DFA



A véges determinisztikus automata (DFA) véges számú állapotból és egy tranzíciós diagramból áll, melynek szakaszait ún. inputszimbolumok jellemzik amelyek ugyanabból a Σ véges ábécéből vannak kiválasztva. Minden egyes inputszimbolum, pontosan egy választ vált ki minden egyes állapotból, azaz egy állapothoz és egy inputszimbolumhoz pontosan egy "nyíl" tartozik.

Kitüntetett állapotok: a kezdő állapot (q_0) és a végső állapotok amelyek halmazát F -el jelöljük. $F \subseteq Q$, $F \neq \emptyset$

Összegezve, egy véges determinisztikus automatát úgy foghatunk fel, mint egy

$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ "ötöst" Q - állapotok halmaza
 Σ input ábécé
 δ - tranzíciós függvény
 q_0 - kezdő állapot
 F - végállapotok (nem üres) halmaza

1. Példa esetén

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ állapotok halmaza, q_0 kezdő állapot, $F = \{q_0\}$
 $\Sigma = \{0, 1\}$

$\delta_1 : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ tranzíció függvény $(q, a) \xrightarrow{\delta_1} q$

2. Példa esetén

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, q_0 kezdő állapot, $F = \{q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$ "bináris" ábécé

A tranzíciós függvényeket táblázatokkal szoktuk megadni, a fenti két példa esetén

δ_1	0	1
q_0	q_2	q_1
q_1	q_3	q_0
q_2	q_0	q_3
q_3	q_1	q_2

δ_1	0	1
q_0	q_1	q_2
q_1	q_3	q_1
q_2	q_2	q_3
q_3	q_3	q_3

Azt mondjuk, hogy egy véges automata elfogad (akceptál) egy $\omega = x_1, x_2, \dots, x_n$ szót (ahol $x_1, x_2, \dots, x_n \in \Sigma$) ha a tranzíciós diagramjában az $x_1, x_2, \dots, x_n$ jelsorozatnak megfelelő tranzíciós útvonal a kezdő állapotból egy végállapotba vezet.

Egy A automata által elfogadott szavak összességét az A automata által elfogadott nyelvnek, röviden az A automata nyelvének nevezzük és $\mathcal{L}(A)$ -val jelöljük.

Pl. a 2. automata esetén azok a szavak tartoznak az automata nyelvéhez, amelyek 1-essel kezdődnek és ez az automata nem determinisztikus!

Az 1. automata esetén az 1 jel hatására egy 0y tengelyre való "tükrözés" valósul meg, a 0-jel hatására pedig egy az 0x tengelyre való tükrözés. Hogy q_0 -ból kiindulva q_0 -ba visszajuthassunk, páros számszor kell metszenünk mind az x mind az y tengelyt. Így az 1. automata azokat és csak azokat a szavakat fogadja el, amelyekben mind a 0-k, mind az 1-sek száma páros.

Egy véges automata működését egy, az egyik irányban végtelen szalagon mozgó fej segítségével is bemutathatjuk:

0	1	1	0	0	1	0	1			...
---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	-----

^

Fej (véges q_0 helyen) $q \in Q \quad \delta(q, a) = q'$

A fej állapotát a $q_0, q_1, \dots, q_n \in Q$ állapotok jellemzik. A beolvasott jel ($a \in \Sigma$) és az aktuális q állapot függvényében a fej megváltoztatja állapotát q -ról q' -re és egyet jobbra lép a szalagon. A szalagon szereplő szót az automata akkor fogadja el (azaz nyomtatja ki) ha beolvasása után egy $q_f \in F$ végső - vagy más néven akceptáló állapotba kerül. Pl: Olvassuk be az előbbi szalagon szereplő w szót az 1. automatával, akkor a fej a

$q_0 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{1} q_3 \xrightarrow{1} q_2 \xrightarrow{0} q_0 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{1} q_3 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{1} q_0 \in F$
 állapotokat veszi fel és így a szót elfogadja.