

Fixpont iterációs eljárás nemlineáris egyenletrendszernek megoldására

Példa:
$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2^2 &= 5 \\ x_1^3 &= x_2 \sqrt{x_1} + 3 \end{aligned} \right\} \text{megoldását keressük a } D = \left[\begin{array}{cc} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} -\frac{11}{5} \\ -\frac{3}{2} \end{array} \right] \text{ tartományban.}$$

($D = [0,5; 1,5] \times [-2,2; -1,5]$)

Megoldás: $x_1 + x_2^2 = 5$ -ből x_2 -t kifejezve: $x_2 = \sqrt{5 - x_1}$ ("előjel a tartomány miatt")
 $x_1^3 = x_2 \sqrt{x_1} + 3$ -ből a bal x_1 -et kifejezve: $x_1 = \sqrt[3]{x_2 \sqrt{x_1} + 3}$

Igy a $G(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \sqrt[3]{x_2 \sqrt{x_1} + 3} \\ -\sqrt{5 - x_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ megoldását keressük. Mindkét függvény monoton D -n, így ha a "sandokpontok" elemei D -nek, $G(x_1, x_2) \in D$ teljesül, ha $(x_1, x_2) \in D$.

$$\left. \begin{aligned} G\left(\frac{1}{2}, -\frac{11}{5}\right) &= (1,1304; -2,1213) \\ G\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right) &= (1,2471; -2,1213) \\ G\left(\frac{3}{2}, -\frac{11}{5}\right) &= (0,6735; -1,8708) \\ G\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) &= (1,0516; -1,8708) \end{aligned} \right\} \in D$$

Kiindulva pl. $x^{(0)} = (0,5; -2,2)$ -ből:

$$x^{(1)} = G(x^{(0)}) = (\sqrt[3]{-2,2 \cdot \sqrt{0,5} + 3}; -\sqrt{5 - 0,5}) = (1,1304; -1,9671)$$

$$x^{(2)} = G(x^{(1)}) = (\sqrt[3]{-1,9671 \cdot \sqrt{1,1304} + 3}; -\sqrt{5 - 1,1304}) = (0,9685; -2,0079)$$

$$x^{(3)} = G(x^{(2)}) = (\sqrt[3]{-2,0079 \cdot \sqrt{0,9685} + 3}; -\sqrt{5 - 0,9685}) = (1,0079; -1,9980)$$

$$x^{(4)} = G(x^{(3)}) = (0,9980; -2,0005) \quad ; \quad x^{(5)} = (1,0005; -1,9999) \quad ; \quad x^{(6)} = (0,9999; -2) \quad ; \quad x^{(7)} = (1,2)$$