Gyakorló feladatok a GEMAK6841B kódú tárgy

9. heti anyagához

I. Nemlineáris egyenletrendszerek megoldását közelítő módszerek

1.) ** A megadott $x^{(0)}$ vektorból indulva közelítse az alábbi $f(x) = 0 \in \mathbb{R}^n$ homogén nemlineáris egyenletrendszer megoldását Newton-módszerrel 3 lépésben!

a) $f(x, y, z) = (xyz,\ x + y + z,\ 3x^2 + 2z)^T, \qquad x^{(0)} = (1, 0, -2)^T$

b) $f(x, y, z) = (xyz + 2x^2 - 2,\ x - y + z^3 - 5,\ 3x^2y + 2z)^T, \qquad x^{(0)} = (1, 1, 1)^T$

c) $f(x, y, z) = (x - 2x^2 + 3y,\ x^2 - y^2 + z^2,\ 3x^2y^3 + 2xz - 15)^T, \qquad x^{(0)} = (0, 0, 1)^T$

2.) *** A megadott $x^{(0)}$ vektorból indulva közelítse az alábbi $f(x) = 0 \in \mathbb{R}^n$ homogén nemlineáris egyenletrendszer megoldását Broyden-módszerrel 3 lépésben!

a) $f(x, y, z) = (xyz,\ x + y + z,\ 3x^2 + 2z)^T, \qquad x^{(0)} = (1, 0, -2)^T$

b) $f(x, y, z) = (xyz + 2x^2 - 2,\ x - y + z^3 - 5,\ 3x^2y + 2z)^T, \qquad x^{(0)} = (1, 1, 1)^T$

c) $f(x, y, z) = (x - 2x^2 + 3y,\ x^2 - y^2 + z^2,\ 3x^2y^3 + 2xz - 15)^T, \qquad x^{(0)} = (0, 0, 1)^T$

3.) Határozza meg az

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3) \\ f_2(x_1, x_2, x_3) \\ f_3(x_1, x_2, x_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

nemlineáris egyenletrendszer megoldásának $x^{(2)}$ közelítő értékét

a) ** Newton módszerrel, valamint

b) *** Broyden módszerrel.

Az ismert adatok:

a) $f_1(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^4 - 3x_2^3 + x_3$
$f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 - x_2^4 - x_3$
$f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2 - x_3^2$
$x^{(0)} = [1,\ 1,\ 1]^T.$

b) $f_1(x_1, x_2, x_3) = \ln\left(x_1^4 + 1\right) - 3x_2^3 + x_3$
$f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 - x_2^4 - x_3$
$f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 - \ln\left(x_3^2 + 1\right)$
$x^{(0)} = [1,\ 1,\ 1]^T.$

c) $f_1(x_1, x_2, x_3) = \ln(x_1 + 1) - \ln(x_2 + 2) + x_3$
$f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 - x_2^4 - x_3$
$f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 - \ln\left(x_3^2 + 1\right)$
$x^{(0)} = [1,\ 1,\ 1]^T.$

d) $f_1(x_1, x_2, x_3) = \sin\left(x_1^2\right) - 3x_2^3 + x_3$
$f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - \sin\left(x_2^2\right) - x_3$
$f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 - \sin\left(x_3^2 + 1\right)$
$x^{(0)} = [1,\ 1,\ 1]^T$.