

Numerikus módszerek (GEMAK6841B)**1. zárthelyi dolgozat**

- 1.) Határozza meg $x \approx 2 \pm 0.2$, $y \approx 3 \pm 0.5$ és $z \approx 5 \pm 0.1$ mellett az alábbi q kifejezés relatív hibakorlátját az abszolút hibakorlátja segítségével!

$$q = \frac{x - y}{x + z}$$

(7 pont)

- 2.) Adja meg az $a = A[2] + 2 \cdot A[3]$ vektor 2- és ∞ -normáját, valamint a $B = A^T - 2 \cdot E$ mátrix ∞ - és Frobenius-normáját!

($A[i]$ az A mátrix i -edik oszlopát, E pedig a megfelelő méretű egységmátrixot jelöli.)

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(3+4 pont)

- 3.) Oldja meg az $Ax = b$ egyenletrendszert Gauss-módszerrel! Határozza meg továbbá az együtthatómátrix LU-felbontását és determinánsát!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 40 \\ 15 \\ -11 \end{bmatrix}$$

(6+4+2 pont)

- 4.) Az $x^{(0)}$ kezdővektorból indulva közelítse az alábbi $Ax = b$ lineáris egyenletrendszer megoldását Jacobi iterációval három lépésben! Az utolsó lépésben számolja ki a közelítés hibáját!

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 5 \\ 2 & -4 & -1 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44 \\ 40 \\ 37 \end{bmatrix}, \quad x^{(0)} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

(3+3+3+3 pont)

- 5.) Határozza meg az alábbi mátrix valamennyi sajátértékét és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

(3+2+3 pont)