

Gazdaságmatematika II. - 9. gyakorlat

dr. Földvári Attila

A feladatok dr. Házy Attila: Gazdaságmatematika 2 Példatár a második zárthelyi dolgozathoz című feladatsorából származnak.

1. Egy vállalat T_1 , T_2 és T_3 termékeket gyárt. A termékek alapanyag igénye 2, 1 és 5 egységnyi. Az alapanyagból 60 egység áll rendelkezésre. A termékek szerelési költsége rendre 16, 2 és 8 pénzegység. A T_1 termék 8 pénzegység, a T_2 termék 2 pénzegység, a T_3 termék 3 pénzegység nyereséget termel. A vállalatnak 160 pénzegység nyereségre van szüksége, hogy fejlődhessen. Milyen napi termelés minimalizálja a szerelési költségeket úgy, hogy a összes alapanyagot felhasználjuk és legalább a minimális nyereséget elérjük?

a) alap adatok

	T_1	T_2	T_3	
nyereség	8	2	3	≥ 160
alapanyag igény	2	1	5	$= 60$
szerelési költség	16	2	8	$\rightarrow \min$

b) A feladat matematikai modellje:

$T_1/T_2/T_3$ termék napi termelése: $x_1/x_2/x_3$

$$8 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 \geq 160$$

$$2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 = 60$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$16 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 \rightarrow \min$$

c) Standard alak

$$8 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - v_1 + u_1^* = 160$$

$$2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + u_2^* = 60$$

$$x_1, x_2, x_3, u_1^*, u_2^*, v_1 \geq 0$$

$$16 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 \rightarrow \min$$

d) Pivotálás I. fázis

	x_1	x_2	x_3	v_1	b			x_1	u_2^*	x_3	v_1	b
u_1^*	8	2	3	-1	160	$\Rightarrow$	u_1^*	4	-2	-7	-1	40
u_2^*	2	1	5	0	60		x_2	2	1	5	0	60
z	-16	-2	-8	0	0		z	-12	2	2	0	120
z^*	10	3	8	-1	220		z^*	4	-3	-7	-1	40

	u_1^*	u_2^*	x_3	v_1	b
x_1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{7}{4}$	$-\frac{1}{4}$	10
x_2	$-\frac{1}{2}$	2	$\frac{17}{2}$	$\frac{1}{2}$	40
z	3	-4	-19	-3	240
z^*	-1	-1	0	0	0

e) Pivotálás II. fázis

	x_3	v_1	b
x_1	$-\frac{7}{4}$	$-\frac{1}{4}$	10
x_2	$\frac{17}{2}$	$\frac{1}{2}$	40
z	-19	-3	240

f) Optimális megoldás:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z = 240$$

A T_1 termék napi 10 egység,
a T_2 termék napi 40 egység
a T_3 termék napi 0 egység
termelése minimalizálja a vállalt szerelési költséget.
A minimális szerelési költség 240 pénzegység.

2. Egy kis nonprofit cég a húsvéti ünnepekre négy csokoládé figurát készít. Az egyes figurák elkészítésére rendre 8, 2, 14 és 4 dkg csokoládémassza szükséges. A cégnek 18 kg csokoládé áll rendelkezésére, melyet teljesen fel akar használni. A figurák előállításii költsége rendre 6, 4, 5 és 2 pénzegység; a bevétel 6, 2, 8 és 2 pénzegység. A cégnek 1400 pénzegység bevételre van szüksége a fennmaradáshoz. Milyen összetételben érdemes gyártani a figurákat, ha a cég minél kisebb gyártási költségre törekszik?

a) alap adatok

	T_1	T_2	T_3	T_4	
bevétel	6	2	8	2	≥ 1400
alapanyag igény	8	2	14	4	$= 1800$
előállításii költség	6	4	5	2	$\rightarrow \min$

b) A feladat matematikai modellje:

$T_1/T_2/T_3/T_4$ termék napi termelése: $x_1/x_2/x_3/x_4$

$$6 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 \geq 1400$$

$$8 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 14 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 = 1800$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$6 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 \rightarrow \min$$

c) Standard alak

$$6 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 - v_1 + u_1^* = 1400$$

$$8 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 14 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 + u_2^* = 1800$$

$$x_1, x_2, x_3, u_1^*, u_2^*, v_1 \geq 0$$

$$6 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 \rightarrow \min$$

d) Pivotalás I. fázis

	x_1	x_2	x_3	x_4	v_1	b		x_1	u_1^*	x_3	x_4	v_1	b
u_1^*	6	2	8	2	-1	1400	x_2	3	$\frac{1}{2}$	4	1	$-\frac{1}{2}$	700
u_2^*	8	2	14	4	0	1800	u_2^*	2	-1	6	2	1	400
z	-6	-4	-5	-2	0	0	z	6	2	11	2	-2	2800
z^*	14	4	22	6	-1	3200	z^*	2	-2	6	2	1	400

	u_2^*	u_1^*	x_3	x_4	v_1	b
x_2	$-\frac{3}{2}$	2	-5	-2	-2	100
x_1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	3	1	$\frac{1}{2}$	200
z	-3	5	-7	-4	-5	1600
z^*	-1	-1	0	0	0	0

e) Pivotalás II. fázis

	x_3	x_4	v_1	b
x_2	-5	-2	2	100
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	200
z	-7	-4	-5	1600

f) Optimális megoldás:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z = 1600$$

A csokifigurák 200, 100, 0, 0 összetételben történő gyártása minimalizálja a költségeket. A minimális gyártási költség 1600 pénzegység

3. Egy üzem T_1 és T_2 termékeket gyárt. A termékek megmunkálása két gépen történik. A T_1 termék elkészítése az első gépen 3, a másodikon 4 órát vesz igénybe. A T_2 termék elkészítése az első gépen 4, a másodikon 6 órát vesz igénybe. A gépek 130 és 195 óra kapacitással rendelkeznek. A termékek szerelési ideje 1 óra és 2 óra. A szerelő műhely kapacitása 60 óra. A termékek eladási egységára 4 és 5 pénzegység. Milyen összetételben érdemes a termékeket gyártani, ha maximális bevételt szeretnénk elérni úgy, hogy a gépek kapacitását nem lépjük túl és a szerelés teljes kapacitással dolgozik?

a) alap adatok

	T_1	T_2	
első gép	3	4	≤ 130
második gép	4	6	≤ 195
szerelési idő	1	2	$= 60$
egységár	4	5	$\rightarrow \max$

b) A feladat matematikai modellje:

T_1/T_2 termék napi termelése: x_1/x_2

$$3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 \leq 130$$

$$4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 \leq 195$$

$$x_1 + 2 \cdot x_2 = 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$4 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \rightarrow \max$$

c) Standard alak

$$3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + u_1 = 130$$

$$4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + u_2 = 195$$

$$x_1 + 2 \cdot x_2 + u_3^* = 60$$

$$x_1, x_2, u_1, u_2, u_3^* \geq 0$$

$$4 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \rightarrow \max$$

d) Pivotálás I. fázis

	x_1	x_2	b			x_1	u_3^*	b	
u_1	3	4	130	$\Rightarrow$		1	-2	10	
u_2	4	6	195			1	-3	15	
u_3^*	1	2	60			x_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	30
$-z$	4	5	0			$\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$	-150	
z^*	1	2	60			0	-1	0	

e) Pivotálás II. fázis

	x_1	b			u_1	b
u_1	1	10		x_1	1	10
u_2	1	15	$\Rightarrow$	u_2	-1	5
x_2	$\frac{1}{2}$	30		x_2	$-\frac{1}{2}$	25
$-z$	$\frac{3}{2}$	-150		$-z$	$-\frac{3}{2}$	-165

f) Optimális megoldás:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 25 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} -z = -165 \\ z = 165 \end{array}$$

A T_1 termék napi 10 egység,
a T_2 termék napi 25 egység
termelése maximalizálja a bevételt
a megadott feltételek mellett.
A maximális bevétel 165 pénzegység.