

Numerikus módszerek - Numerikus analízis
gyakorló feladatok

GEMAK 631B - GEMAK 141B(L) - GEMAK 531B(L)

Nemoda Dóra

`matdora@uni-miskolc.hu`

Miskolci Egyetem
Gépészmérnöki és Informatikai Kar
Alkalmazott Matematikai Intézeti Tanszék
2018

Tartalomjegyzék

1. Klasszikus hibaszámítás	5
2. Mátrix és vektor műveletek	7
2.1. Mátrix és vektor normák	8
3. Lineáris egyenletrendszerek	11
3.1. Direkt módszerek	11
3.2. Iterációk	13
4. Függvény közelítés	15
4.1. Legkisebb négyzetek módszere	15
4.2. Lagrange interpoláció	17
5. Nemlineáris, egyismeretlenes egyenlet megoldása	19
6. Numerikus integrálás	21
7. Mátrix sajátértéke és sajátvektora	23
8. MATLAB parancsok	25
9. MATLAB függvények (órai)	35
9.1. Bevezető példák	35
9.2. Vektor és mátrix normák	38
9.3. Lineáris egyenletrendszer megoldó algoritmusok	40
9.4. Numerikus integrálás	44
10. Megoldások	45
10.1. Klasszikus hibaszámítás	45
10.2. Mátrix és vektor műveletek	45
10.3. Mátrix és vektor normák	46
10.4. Lineáris egyenletrendszerek	46
10.4.1. Direkt módszerek	46
10.4.2. Iterációk	48

10.5. Függvény közelítés	48
10.5.1. Legkisebb négyzetek módszere	48
10.5.2. Lagrange interpoláció	49
10.6. Nemlineáris, egyismeretlenes egyenlet megoldása	49
10.7. Numerikus integrálás	50
10.8. Mátrix sajátértéke és sajátvektora	50

1. fejezet

Klasszikus hibaszámítás

1. Legyen

$$x = 10 \pm 0.1 \quad y = 5 \pm 0.02 \quad z = 20 \pm 0.4$$

Adja meg a $q = (x - y) \cdot (x + z)$ közelítő értékének

- (a) abszolút hibakorlátját definíció szerint!
- (b) relatív hibakorlátját az abszolút hibakorlátjának felhasználásával!
- (c) relatív hibakorlátját definíció szerint!
- (d) abszolút hibakorlátját a relatív hibakorlátjának felhasználásával!

2. Mennyi a $q = \frac{a \cdot b}{d - c}$ mennyiség

- (a) abszolút hibakorlátja (definíció szerint)
- (b) relatív hibakorlátja az abszolút hibakorlátjának felhasználásával
- (c) relatív hibakorlátja (definíció szerint)
- (d) abszolút hibakorlátja a relatív hibakorlátjának felhasználásával

ha

$$a = 25 \pm 0.2 \quad b = 6 \pm 0.05 \quad c = 40 \pm 0.6 \quad d = 100 \pm 0.1?$$

3. ^{*1} Adottak az alábbi közelítések és abszolút hibakorlátaik:

$$x \approx 10 \pm 0.04, \quad y \approx 5 \pm 0.01, \quad z \approx 3 \pm 0.2.$$

- a) Határozza meg a fentiek alapján a $q = \frac{x+y}{yz}$ relatív hibakorlátját az abszolút hibakorlátja segítségével!
- b) Határozza meg a fentiek alapján a $q = \frac{xz}{x-y}$ abszolút hibakorlátját a relatív hibakorlátja segítségével!

¹A *-gal megjelölt feladatok zh jellegűek, önállóan feldolgozandók!

4. Mennyi a $\sqrt{2014}-\sqrt{2013}$ művelet relatív hibakorlátja 0.01 pontosságú közelítő értékkel számolva
5. Egy háromszög területének kiszámításakor mennyi a relatív hiba, ha

$$a = 10 \pm 0.2 \quad \text{és} \quad m_a = 6 \pm 0.1$$

- (a) definíció szerint számolva?
- (b) az abszolút hibakorlátjának felhasználásával?
6. Adottak egy trapéz párhuzamos oldalai $a = 12 \pm 0.6$ és $c = 8 \pm 0.2$ valamint a magassága $m = 5 \pm 0.1$. Mekkora relatív hibával lehet kiszámolni a területét
- (a) definíció szerint számolva?
- (b) az abszolút hibakorlátjának felhasználásával?

2. fejezet

Mátrix és vektor műveletek

7. Legyen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

Számítsuk ki a következőket!

$$A + B; \quad 3D; \quad 2A - 3B + 0.5C; \quad AB; \quad BA; \quad DE;$$

$$F^T; \quad EF; \quad E^T F; \quad EE^T; \quad E^T E; \quad F^2$$

8. Számítsa ki az előző feladat mátrixainak determinánsát, ahol lehet!

9. Számítsa ki a következő mátrixok determinánsát két különböző módszerrel!

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

10. *Határozza meg az A mátrix determinánsát!

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 5 & -2 \\ 0 & 3 & 7 & 4 \\ 0 & 3 & 9 & -3 \end{bmatrix}$$

11. Határozza meg az alábbi mátrixok inverzét Gauss-Jordan módszerrel, ha az létezik!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -24 \\ 3 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

12. *Invertálható-e az alábbi mátrix? Ha igen, határozza meg az inverzét!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 7 & -3 \end{bmatrix}$$

2.1. Mátrix és vektor normák

13. Adja meg az alábbi vektorok összes tanult normáját!

$$v = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \\ -9 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \\ 8 \\ -3 \end{bmatrix}$$

14. Adja meg az alábbi mátrixok összes tanult normáját!

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 & 1 \\ 4 & 5 & -3 & 8 \\ 2 & 3 & -4 & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 7 & -5 \\ -4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

15. Adja meg $\|A^3\|_\infty$, ha

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

16. Mi lesz az 1-es normában vett kondíciószáma az A mátrixnak?

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

17. Mi lesz a ∞ normában vett kondíciószáma az A mátrixnak?

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

18. *Határozza meg az alábbi mátrix Frobenius / 1-es / ∞ normában vett kondíciós számát!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

3. fejezet

Lineáris egyenletrendszerek

3.1. Direkt módszerek

$I :$

$$2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 5$$

$$5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12$$

$$4x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0$$

19. Cramer szabállyal oldja meg az I. lineáris egyenletrendszert!

20. Gauss módszerrel oldja meg az I. lineáris egyenletrendszert!

$II :$

$$-5x_1 + x_2 - 6x_3 = -3$$

$$7x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -11$$

$$2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 21$$

21. Gauss módszerrel, **részleges** főelem kiválasztással oldja meg a II. lineáris egyenletrendszert!

22. Gauss módszerrel, **teljes** főelem kiválasztással oldja meg a II. lineáris egyenletrendszert!

23. Gauss-Jordan módszerrel oldja meg a II. lineáris egyenletrendszert!

24. Adja meg az A mátrix LU-felbontását!

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 7 \\ 3 & 4 & 2 \\ -1 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

25. Oldja meg LU-módszerrel az alábbi egyenletrendszert!

$$5x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 28$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 25$$

$$-x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 15$$

26. Adja meg az A mátrix Cholesky-felbontását!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 8 & -6 \\ -1 & -6 & 14 \end{bmatrix}$$

27. Oldja meg Cholesky-módszerrel az alábbi egyenletrendszert!

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = -3$$

$$2x_1 + 8x_2 - 6x_3 = -22$$

$$-x_1 - 6x_2 + 14x_3 = 46$$

28. *Oldja meg az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszert

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -3 & 10 & 2 \\ 2 & -5 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

a) Gauss eliminációval!

b) Gauss eliminációval, részleges főelem kiválasztással!

c) Gauss eliminációval, teljes főelem kiválasztással!

d) Gauss-Jordan módszerrel!

e) LU-felbontással!

29. *Az alábbi A mátrix és v vektor esetén

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 8 & 2 \\ -1 & 2 & 14 \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

határozza meg a

$$v^T B v + v^T C v + v^T D v + v^T E v$$

mennyiséget, ahol B és C az A mátrix LU felbontásában szereplő alsó illetve felső; D és E pedig az A mátrix Cholesky felbontásában szereplő alsó és felső háromszögmátrixokat jelölik!

3.2. Iterációk

30. Jacobi-iterációval oldja meg az alábbi lineáris egyenletrendszert! A közelítést az $x^{(0)} = [1.5 \ 4.2 \ -1.8]^T$ kezdővektorból indítsa! Adjon hibabecslét $x^{(2)}$ -re!

$$x_1 + 5x_2 + x_3 = 21$$

$$10x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 15$$

$$2x_1 + x_2 - 10x_3 = 18$$

31. Seidel-iterációval is oldja meg az előbbi lineáris egyenletrendszert!
32. *Adjon közelítést az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszer megoldására Jacobi-iterációval és Seidel-iterációval! Adjon hibabecslét $x^{(3)}$ -ra!

$$A = \begin{bmatrix} 10 & -2 & 2 \\ -3 & 10 & 2 \\ 2 & -5 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix} \quad x^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

4. fejezet

Függvény közelítés

4.1. Legkisebb négyzetek módszere

33. Írja fel az alábbi pontokat négyzetesen legjobban közelítő **egyenest**!

x	2	4	8
y	2	5	5

34. Illesszen négyzetesen legjobban közelítő **egyenest** az alábbi pontokra!

x	0	1	2	3
y	2	3	3	5

35. Illesszen négyzetesen legjobban közelítő **parabolát** az előző pontokra! Mennyi a közelítés hibája?
36. Illesszen négyzetesen legjobban közelítő **harmadfokú függvényt** az előző pontokra! Mennyi a közelítés hibája?
37. Legkisebb négyzetek módszerével illesszen **1-2-3-4 fokú polinomokat** az adott pontokra! Határozza meg minden esetben a közelítések hibáját, majd ábrázolja a görbéket!

x	-2	-1	0	1	2
y	2	2	4	3	1

38. Írja fel az alábbi pontokat négyzetesen legjobban közelítő **egyenest és parabolát**! Melyik a jobb választás? Ábrázolja!

x	-2	-1	1	2
y	3	1	0	2

39. Írja fel az alábbi pontokat négyzetesen legjobban közelítő $f(x) = a_0 + a_1\sqrt{x}$ alakú függvényt! Mennyi a közelítés hibája? Ábrázolja!

x	0	1	4	9
y	2	2	3	5

40. *Legkisebb négyzetek módszerével adja meg az alábbi pontokhoz legjobban illeszkedő $f(x) = a_0 + a_1 \cdot \log_3(x)$ alakú függvényt!

x	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27
y	-1	1	3	4	7

41. **¹ Adott az alábbi táblázat!

x	0	0.5	0.7	1	1.2	1.5	1.8	2	2.3	2.5
f(x)	1.5	1.7	1.8	2.1	2.1	2.3	2.5	2.4	2.7	2.7

- (a) A **polyfit** függvényt használva
 (b) A Gauss féle normál egyenletet alkalmazva

határozza meg a adatokat négyzetesen legjobban közelítő egyenes, parabola és harmadfokú függvény egyenletét! Ábrázolja az adatokat és az illesztett görbéket! Mennyi a közelítések hibája?

42. **Írja fel az alábbi pontokat négyzetesen legjobban közelítő

$$f(x) = a_0 + a_1x^2 + a_2x^3 \quad \text{és} \quad g(x) = a_0 + a_1x + a_2e^x$$

alakú függvényeket! Melyik a jobb választás? Ábrázolja!

x	-4	-1	0	2	3
y	-4	-2	-1	3	4

¹A **-gal megjelölt feladatok Matlab zh jellegűek, önállóan feldolgozandóak!

4.2. Lagrange interpoláció

43. Adja meg a pontokon átmenő harmadfokú Lagrange polinom egyenletét!

x	-1	0	2	3
y	0	2	0	32

44. Az alábbi táblázat alapján adjunk becslést $f(0.34)$ -re másodfokú Lagrange polinommal!

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
y	1.5	1.55	1.62	1.7	1.65	1.56	1.45

45. Illesszünk Lagrange interpolációs polinomot az A(1,3), B(2,8) és C(4,12) pontokra!
46. Illesszünk Lagrange interpolációs polinomot az A(1,6), B(2,11) és C(4,27) pontokra!
47. Illesszünk Lagrange interpolációs polinomot az A(1,3), B(2,8), C(4,12) és D(3,7) pontokra!
48. Illesszünk Newton interpolációs polinomot az A(1,3), B(2,8), C(4,12) és D(3,7) pontokra, ha ismert, hogy az A(1,3), B(2,8) és C(4,12) pontokra illeszkedő interpolációs polinom $p(x) = -x^2 + 8x - 4$!
49. *Az $f(x)$ függvényről az alábbiakat tudjuk:

x	-1	0	1	2	3	4
f(x)	3	11	-1	4	0	0

Adjon közelítést

- a) másodfokú Lagrange polinom
- b) harmadfokú Lagrange polinom
- segítségével $f(2.2)$ értékére!

50. *Egy település lakosainak száma a következőképpen alakult:

év	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
lakosság	3 512	3 248	2 801	3 076	3 333	3 115	2 983

Adjon közelítést másodfokú Lagrange polinom segítségével arra, hogy 2002-ben mennyien lakhattak a településen!

5. fejezet

Nemlineáris, egyismeretlenes egyenlet megoldása

51. Intervallumfelező módszerrel adja meg az $f(x) = 3x^3 - 12x + 4$ függvény $[0, 1]$ -beli gyökét 0.02 pontossággal!
52. Közelítse $\sqrt[3]{100}$ értékét intervallumfelező eljárással 0.001 pontossággal!
53. Newton módszerrel határozza meg $\sqrt[3]{100}$ közelítő értékét! Ellenőrizze a konvergencia feltételét!
54. Newton módszerrel adja meg az $\log(x) = \frac{1}{x}$ egyenlet közelítő értékét! Ellenőrizze a konvergencia feltételét! A közelítést 4 lépésig végezze, majd adja meg a negyedik közelítés hibáját!
55. Fixpont iterációs módszerrel közelítse a $[0, 1]$ intervallumon az $f(x) = 3x^3 - 12x + 4$ függvény gyökét!
56. Fixpont iterációs módszerrel közelítse a $[0, 1]$ intervallumon a $2x = \cos(x - 1)$ egyenlet megoldását, $x^{(0)} = 0.3$ kezdőértékkel!
57. *Newton módszerrel adja meg az $\log(x) = 2 - x$ egyenlet közelítő értékét! Ellenőrizze a konvergencia feltételét! A közelítést 3 lépésig végezze, majd adja meg a harmadik közelítés hibáját!
58. *Mutassa meg, hogy az $f(x) = e^x - 4x^2$ függvénynek van zérushelye a $[0, 1]$ intervallumon. Fixpont iterációs módszerrel, $x^{(0)} = 0.6$ kezdőértékkel közelítse is azt! Adjon hibabecslést a negyedik közelítésre!
59. *Newton-módszerrel adjon közelítést $\varepsilon = 0.001$ hibakorláttal az $[1, 2]$ intervallumon az $x + 3 \ln(x + 1) = 4$ egyenlet megoldására!

60. *Adja meg az alábbi függvény zérushelyének közelítését a $[0.2, 1.2]$ intervallumban, $\varepsilon = 0.05$ hibahatárral!

$$f(x) = e^x - 4x^2$$

- a) intervallumfelező módszerrel
- b) Newton módszerrel
- c) fixpont iterációval!

6. fejezet

Numerikus integrálás

61. Adott az alábbi értéktáblázat

x	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7
f(x)	3.25	3.11	2.52	2.13	2.74	3.5	4.12

Becsülje meg $\int_{0.5}^{1.7} f(x)dx$ értékét a lehető legpontosabban összetett trapéz és összetett Simpson formulával!

62. Mennyi az $\int_1^{3.4} \ln(x)dx$ közelítése összetett trapéz és összetett Simpson formulával, ha az intervallumot 8 részre bontjuk? Mennyi a közelítések hibája?
63. Mennyi az $\int_0^2 e^{-x^2} dx$ közelítése összetett trapéz és összetett Simpson formulával, ha az intervallumot 8 részre bontjuk? Mennyi a közelítések hibája (utólagos hibabecsléssel)?
64. Az $\int_1^2 \ln(x^2)dx$ integrált összetett trapéz illetve összetett Simpson formulával közelítve, hány részre osszuk az intervallumot, hogy a hiba kisebb legyen, mint 0.00005?
65. Közelítse $\ln(2)$ értékét összetett trapéz formulával úgy, hogy a hiba kisebb legyen, mint 0.0005!
66. *Az $f(x)$ függvényről a következő táblázatot ismerjük

f	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
f(x)	1.39	1.43	1.50	1.42	1.31	1.18	1.15	1.12	0.90

Számítsa ki az $\int_{1.1}^{1.9} f(x)dx$ integrál közelítő értékét

- (a) összetett trapéz formulával $h = 0.2$ hosszúságú ekvidisztáns felosztás mellett!

- (b) összetett Simpson formulával $h = 0.4$ hosszúságú ekvidisztáns felosztás mellett!

Mennyi a közelítések hibája?

67. *Adja meg az alábbi integrál közelítő értékét! Az intervallumot $n = 8$ részre bontsa! Mennyi a közelítés hibája?

$$\int_1^5 \ln(2x) dx$$

a) összetett trapéz formulával

b) összetett Simpson formulával

Az intervallumot $n = 8$ részre bontsa! Mennyi a közelítések hibája?

7. fejezet

Mátrix sajátértéke és sajátvektora

68. Határozza meg az A mátrix sajátértékeit és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat!
Határozza meg az A mátrix spektrálnormáját!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

69. Határozza meg az A mátrix spektrálnormáját!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

70. Hatványmódszert alkalmazva adjon becslét az A mátrix legnagyobb abszolút értékű sajátértékére és a hozzá tartozó sajátvektorra!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad v^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \epsilon = 0.05$$

71. Inverz hatványmódszert alkalmazva az előző mátrixra, adjon becslést a legkisebb abszolút értékű sajátértékére és a hozzá tartozó sajátvektorra!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad v^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \epsilon = 0.02$$

72. *Határozza meg az A mátrix és a v vektor összes tanult normáját!

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 0 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

73. **Hatványmódszerrel határozza meg az alábbi A mátrix spektrálnormájának közelítését $\varepsilon = 0.05$ hibakorláttal, ha

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} \quad v_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 15 \end{bmatrix}.$$

74. **Adjon becslést az alábbi mátrix sajátértékeire, és az azokhoz tartozó sajátvektorokra! A közelítést $\varepsilon = 0.1$ hibakorláttal végezze!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \quad v_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$\lambda_1 \approx \quad v_1 \approx \quad \lambda_2 \approx \quad v_2 \approx$$

8. fejezet

MATLAB parancsok

1. A Matlab mint számológép

```
>> sin(2)
ans = 0.90930

>> cos(0.5) #tizedespont!!!
ans = 0.87758

>> exp(1) #exponenciális függvény
ans = 2.7183

>> log(1) #természetes alapú logaritmus
ans = 0

>> sqrt(4) #négyzetgyök
ans = 2

>> abs(-5) #abszolút érték
ans = 5

>> round(1.2) #egész értékre kerekítés
ans = 1

>> round(1.8)
ans = 2

>> rem(6,3) #maradékos osztás
ans = 0
>> rem(6,4)
ans = 2
```

2. Beépített változók

```
>> ans #legutolsó tárolt érték
```

```
>> pi
ans = 3.1416
```

3. Vektor megadása

```
>> a=[1 2 5 12] #sorvektor
a =
    1     2     5    12
```

```
>> b=[1; 0 ; -3; 5] #oszlopvektor
b =
     1
     0
    -3
     5
```

```
>> length(a), length(b) #vektor hossza
ans = 4
ans = 4
```

```
>> c=1:2:10 #sorozat kezdőérték:lépésköz:végérték
c =
     1     3     5     7     9
```

```
>> d=1:10
d =
     1     2     3     4     5     6     7     8     9    10
```

```
>> e=linspace(0,1,5) #[0,1] intervallumot 5-1 egyenlő részre osztja
e =
    0.00000    0.25000    0.50000    0.75000    1.00000
```

4. Mátrix megadása

```

>> A=[1 2 4;5 -1 2]
A =
     1     2     4
     5    -1     2

>> B=rand(2,3)
B =
    0.068226    0.192998    0.343182
    0.222834    0.234799    0.013103

>> size(A), size(B) #mátrix mérete
ans =

     2     3

ans =

     2     3

>> C=round(rand(2,2)*10)
C =
     2     3
     5     8

```

5. Hivatkozás

```

>> a(3) #az a vektor 3. eleme
ans = 5

>> A(2,1) #az A mátrix 2.sor 1.eleme
ans = 5

>> A(5) #az A mátrix 5.eleme, oszlop folytonosan
ans = 4

>> A(:,2) #az A mátrix teljes 2. oszlopa
ans =
     2
    -1

>> A(2,:) #az A mátrix teljes 2.sora

```

```
ans =
     5    -1     2
```

6. Műveletek

```
>> 3^2 #hatványozás
ans = 9
```

```
>> [21 2 5]' #transzponálás
ans =
     21
      2
      5
```

```
>> A=[1 2;3 5], b=[1;1]
A =
     1     2
     3     5
```

```
b =
     1
     1
```

```
>> A\b #az Ax=b lineáris egyenletrendszer x megoldását adja
ans =
    -3.0000
     2.0000
```

```
>> [1 2 5]*[5 6 4]' #vektorok skaláris szorzata
ans = 37
```

```
>> [1 2 5]'*[5 6 4] #vektorok diadikus szorzata
ans =
      5      6      4
     10     12      8
     25     30     20
```

```
>> [1 2 5].*[5 6 4] #vektorok elemenkénti szorzata
ans =
      5     12     20
```

```
>> [5 4 2 1].^2 #vektor elemenként hatványozza
ans =
     25     16      4      1
```

7. Speciális mátrixok

```
>> eye(2), eye(1,2), eye(2,1), eye(2,4)
```

```
ans =  
     1     0  
     0     1
```

```
ans =  
     1     0
```

```
ans =  
     1  
     0
```

```
ans =  
     1     0     0     0  
     0     1     0     0
```

```
>> zeros(2), zeros(1,2), zeros(2,1), zeros(2,4)
```

```
ans =  
     0     0  
     0     0
```

```
ans =  
     0     0
```

```
ans =  
     0  
     0
```

```
ans =  
     0     0     0     0  
     0     0     0     0
```

```
>> ones(2), ones(1,2), ones(2,1), ones(2,4)
```

```
ans =  
     1     1  
     1     1
```

```
ans =  
     1     1
```

```
ans =
```

```

1
1

ans =
    1    1    1    1
    1    1    1    1

>>pascal(5) #Pascal háromszög
ans =

    1    1    1    1    1
    1    2    3    4    5
    1    3    6   10   15
    1    4   10   20   35
    1    5   15   35   70

>> magic(3) #bűvösnégyzet
ans =
    8    1    6
    3    5    7
    4    9    2

>> diag([1 2 3]) #diag(vektor)
ans =
    1    0    0
    0    2    0
    0    0    3

>> diag([1 2 3;4 5 6;7 8 9]) #diag(mátrix)
ans =
    1
    5
    9

>> M=[1 2;4 6]
M =
    1    2
    4    6

>> diag(diag(M)) #diagonális mátrix M átlójából
ans =
    1    0
    0    6

```

8. Mátrix műveletek

```
>> A=[1 5;0 2]
A =
     1     5
     0     2

>> det(A)
ans =     2

>> inv(A)
ans =
     1.00000    -2.50000
     0.00000     0.50000

>> eig(A)
ans =
     1
     2

>> sum(A), sum(A'), sum(sum(A))
ans =
     1     7

ans =
     6     2

ans =     8

>> min(A), min(A'), min(min(A))
ans =
     0     2

ans =
     1     0

ans =     0

>> max(A), max(A'), max(max(A))
ans =
     1     5

ans =
```

```

    5    2

ans = 5

>> sort(A)
ans =
    0    2
    1    5

```

9. Normák

```

>> A=[1 5;0 2]
A =
    1    5
    0    2

>> norm(A,1), norm(A,2), norm(A,inf), norm(A,'fro')
ans = 7
ans = 5.4650
ans = 6
ans = 5.4772

>> v=[1 -5 0 2 3]
v =
    1   -5    0    2    3

>> norm(v,1), norm(v,2), norm(v,inf)
ans = 11
ans = 6.2450
ans = 5

```

10. Relációs operátorok

```

>> [4 5 2]<[5 1 3] #1:igaz, 0:hamis
ans =
    1    0    1

>> [4 5 2]>=[5 1 3]
ans =
    0    1    0

```

```

>> [4 5 2]==[5 1 3]
ans =
    0    0    0

>> [4 5 2]~= [5 1 3]  # ~:negáció, &:és, |:vagy
ans =
    1    1    1

>> any([1 1 0]), any([1 0 0]), any([0 0 0])
ans = 1
ans = 1
ans = 0
#ha van 0-tól különböző elem, akkor 1

>> all([1 1 1]), all([1 0 1]), all([0 0 0])
ans = 1
ans = 0
ans = 0
#ha minden elem 0-tól különböző, akkor 1

>> A=[1 2 4;5 -1 2], B=[2 5 3; 5 -1 1]
A =

    1     2     4
    5    -1     2

B =

    2     5     3
    5    -1     1

>> any(any(A~=B))  #ha van különböző elemük 1, különben 0
ans = 1

```


9. fejezet

MATLAB függvények (órai)

9.1. Bevezető példák

1. Írjon olyan Matlab függvényt, mely megadja, hogy az A mátrixnak hány eleme nagyobb, mint a B! Ezt az összehasonlítást, csak azonos típusú mátrixok esetén lehet elvégezni!

```
1 function h=nagyobb(A,B)
2 [k,l]=size(A);
3 [m,n]=size(B);
4 if k==m & l==n
5     C=A>B;
6     h=sum(sum(C));
7 end
```

```
>> A=[1 2 3; 0 -1 2], B=[0 1 4;1 5 1];
>> nagyobb(A,B)
ans = 3
```

2. Írjon olyan Matlab függvényt, mely 0-tól n-ig összeadja a számokat! Az n értékét kérje be a felhasználótól!

```
1 function s=osszeg
2 k=input('Meddig? ');
3 s=0;
4 for i=1:k
5 s=s+i;
6 end
```

```
>> osszeg
Meddig összegezzen?> 5
ans = 15
```

3. Írjon olyan Matlab függvényt, mely eldönti, hogy a bekért szám prím-e!

```
1 function p=prim(n)
2 s=0;
3 for i=2:sqrt(n)
4     if rem(n,i)==0
5         s=s+1;
6         break
7     end
8 end
9     if s==0
10        p='prim';
11    else p='nem prim';
12    end
```

```
>> prim(11)
ans = prim
>> prim(12)
ans = nem prim
```

4. Írjon olyan Matlab függvényt, mely megadja, hogy a bekért számnak hány osztója van!

```
1 function p=osztok(n)
2 s=0;
3 for i=1:n
4     if rem(n,i)==0
5         s=s+1;
6     end
7 end
8     if s==2
9         p='prim';
10    else p=s;
11    end
```

```
>> osztok(12)
ans = 6
>> osztok(11)
ans = prim
```

5. **Írjon olyan Matlab függvényt, mely előállítja az alábbi $A \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$ mátrixot!

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ha } i = j, \\ -1, & \text{ha } i < j, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

6. **Írjon Matlab-függvényt, mely az alábbi szabály szerint megadja a sorozat n -edik elemét! Ezt az n -et kérje is be a felhasználótól!

$$x_{n+2} = 2x_{n+1} - x_n \quad x_0 = 1 \quad x_1 = 3$$

7. **Írjon Matlab-függvényt, melynek bemenő paramétere egy tetszőleges vektor, eredményül pedig a vektorban levő elemek harmonikus közepét adja vissza! (*Segítség:* $x_1, \dots, x_n$ elemek harmonikus közepe: $\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}}$!)

8. **Írjon Matlab függvényt, mely a Fibonacci-sorozat n -edik elemét írja ki, n -et pedig a felhasználó adja meg! (*Fibonacci-sorozat:* egy elemét úgy kapjuk meg, hogy az előző két elemét összeadjuk: 1 1 2 3 5 8 13 ...)

9.2. Vektor és mátrix normák

9. Vektor egyes normája: $v = [v_1, \dots, v_n]^T$, $\|v\|_1 = \sum_{i=1}^n |v_i|$

```

1 function x=egyes(v)
2 n=length(v);
3 x=0;
4 for i=1:n
5     x=x+abs(v(i));
6 end

```

```

>> v=[1 2 -4 0];
>> egyes(v)
ans = 7

```

10. Vektor kettes normája: $v = [v_1, \dots, v_n]^T$, $\|v\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2}$

```

1 function x=kettes(v)
2 n=length(v);
3 x=0;
4 for i=1:n
5     x=x+v(i)^2;
6 end
7 x=sqrt(x);

```

```

>> kettes(v)
ans = 4.5826

```

11. Vektor végtelen normája: $v = [v_1, \dots, v_n]^T$, $\|v\|_\infty = \max\{|v_1|, \dots, |v_n|\}$

```

1 function x=vegtelen(v)
2 n=length(v);
3 x=abs(v(1));
4 for i=2:n
5     if abs(v(i))>x x=abs(v(i));
6     end
7 end

```

```

>> vegtelen(v)
ans = 4

```

12. Mátrix egyes normája: $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m |a_{ij}|$

```

1 function z=oszlop(A)
2 [n,k]=size(A);
3 x=zeros(1,n);
4 z=x(1);
5 for i=1:n
6     for j=1:k
7         x(j)=x(j)+abs(A(i,j));
8         if x(j)>z z=x(j);
9     end
10 end
11 end

```

```

>> A=[1 3;-2 5];
>> oszlop(A)
ans = 8

```

13. Mátrix végtelen normája: $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$

```

1 function z=sor(A)
2 [n,k]=size(A);
3 x=zeros(1,n);
4 z=x(1);
5 for i=1:n
6     for j=1:k
7         x(i)=x(i)+abs(A(i,j));
8         if x(i)>z z=x(i);
9     end
10 end
11 end

```

```

>> sor(A)
ans = 7

```

14. Mátrix Frobenius normája: $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}^2}$

```

1 function x=frob(A)
2 [n,k]=size(A);
3 x=0;
4 for i=1:n
5     for j=1:k
6         x=x+A(i,j)^2;
7     end
8 end
9 x=sqrt(x);

```

```

>> frob(A)
ans = 6.2450

```

9.3. Lineáris egyenletrendszer megoldó algoritmusok

15. Visszahelyettesítő algoritmus alsó háromszög alakú LER megoldására

```

1 function x=also(A,b)
2 n=length(b);
3 x=zeros(n,1);
4 x(1)=b(1)/A(1,1);
5 for i=2:n
6     x(i)=(b(i)-A(i,1:i-1)*x(1:i-1))/A(i,i);
7 end

```

```

>> L=[1 0 0; 3/5 1 0; -1/5 14/13 1],b=[28; 25; 15];
>> also(L,b)
ans =
    28.0000
     8.2000
    11.7692

```

16. Visszahelyettesítő algoritmus felső háromszög alakú LER megoldására

```

1 function x=falso(A,b)
2 n=length(b);
3 x=zeros(n,1);
4 x(n)=b(n)/A(n,n);
5 for i=n-1:-1:1
6     x(i)=(b(i)-A(i,i+1:n)*x(i+1:n))/A(i,i);
7 end

```

```

>> U=[5 -2 7; 0 26/5 -11/5; 0 0 153/13], y=[28; 41/5; 153/13];
>> falso(U,y)
ans =
    5.0000
    2.0000
    1.0000

```

17. Gauss módszer

```

1 function x=gauss(A,b)
2 n=length(b);
3 for i=1:n-1
4     for j=i+1:n
5         t=-A(j,i)/A(i,i)
6         A(j,:)=A(j,:)+t*A(i,:)
7         b(j)=b(j)+t*b(i)
8     end
9 end
10 x=falso(A,b);

```

```
>> A=[5 -2 7; 3 4 2; -1 6 8], b=[28; 25; 15];
>> gauss(A,b)
ans =
    5.0000
    2.0000
    1.0000
```

18. LU-felbontás

```
1 function [L,U]=luf(A)
2 [n,k]=size(A);
3 for i=1:n
4     L(:,i)=A(:,i)/A(i,i);
5     for j=i+1:n
6         t=-A(j,i)/A(i,i);
7         A(j,:)=A(j,:)+t*A(i,:);
8     end
9 end
10 U=A
11 L=tril(L)
```

```
>> luf(A)
U =
    5.00000    -2.00000     7.00000
    0.00000     5.20000    -2.20000
    0.00000     0.00000    11.76923

L =
    1.00000    0.00000    0.00000
    0.60000    1.00000    0.00000
   -0.20000    1.07692    1.00000
```

19. LU-módszer

```
1 function x=lufi(A,b)
2 [L,U]=luf(A);
3 y=also(L,b)
4 x=felso(U,y);
```

```
>>lufi(A,b)
ans =
    5.0000
    2.0000
    1.0000
```

20. Lineáris egyenletrendszer megoldása Jacobi iterációval

```

1 function x=jacobi(A,b,z,p)
2 n=length(b);
3 for i=1:n
4     B(i,:)=A(i,:)/A(i,i);
5     B(i,i)=0;
6     c(i)=b(i)/A(i,i);
7 end
8 B
9 c
10 q=norm(B,inf)
11 it=0
12 x=z
13 it=1
14 y=B*x+c'
15 norm(y-x,inf)*q/(1-q)
16 while norm(y-x,inf)*q/(1-q)>p
17     it=it+1
18     x=y;
19     y=B*x+c'
20
21     norm(y-x,inf)*q/(1-q)
22 end

```

```

>> A=[10 -2 -3; 1 5 1; 2 1 -10], b=[15; 21; 18],
z=[1.5; 4.2; -1.8], p=0.05 #A diag dom!!
>> jacobi(A,b,z,p)

```

```

B =
    0.00000    0.20000    0.30000
   -0.20000    0.00000   -0.20000
    0.20000    0.10000    0.00000

```

```

c =
    1.5000    4.2000   -1.8000

```

```

q = 0.50000

```

```

it = 2

```

```

y = #2. közelítés

```

```

    2.0280

```

```

    4.0560

```

```

   -1.0140

```

```

ans = 0.22800 #2. közelítés hibája

```

```

ans = #4. közelítés, hibája < 0.05

```

```

    2.00700

```

```

    3.99720

```

```

   -0.98880

```

21. Lineáris egyenletrendszer megoldása Gauss-Seidel iterációval

```

1 function x=seidel(A,b,z,p)
2 n=length(b);
3 for i=1:n
4     B(i,:)=A(i,:)/A(i,i);
5     B(i,i)=0;
6     c(i)=b(i)/A(i,i);
7 end
8 B
9 c
10 q=norm(B,inf)
11 it=0
12 x=z
13 it=1
14 y=x;
15
16 for i=1:n
17     y(i)=B(i,1:i-1)*y(1:i-1)+B(i,i:n)*x(i:n)+c(i);
18 end
19 y
20 norm(y-x,inf)*q/(1-q)
21
22 while (norm(y-x,inf)*q/(1-q))>p
23     it=it+1
24     x=y;
25     for i=1:n
26         y(i)=B(i,1:i-1)*y(1:i-1)+B(i,i:n)*x(i:n)+c(i);
27     end
28 y
29 norm(y-x,inf)*q/(1-q)
30 end

```

```

>> A=[10 -2 -3; 1 5 1; 2 1 -10], b=[15; 21; 18],
z=[1.5; 4.2; -1.8], p=0.05 #A diag dom!!
>> seidel(A,b,z,p)
it = 2
y = #2. közelítés
    2.03400
    3.99720
   -0.99348
ans = 0.23400 #2. közelítés hibája

ans = #3. közelítés, hibája < 0.05
    2.03400
    3.99720
   -0.99348

```

9.4. Numerikus integrálás

22. Összetett trapéz formula

```
1 function int = trapez(x,y)
2 n=length(x);
3 int=y(1)+y(n);
4 for i=2:n-1
5     int=int+2*y(i);
6 end
7 int=int*(x(2)-x(1))/2;
```

23. Összetett Simpson formula

```
1 function int = simpson(x,y)
2 n=length(x);
3 int=y(1)+y(n);
4 for i=2:2:n-1
5     int=int+4*y(i);
6 end
7 for i=3:2:n-2
8     int=int+2*y(i);
9 end
10 int=int*(x(2)-x(1))/3;
```

```
>> x=1:0.3:3.4
ans = 1.0000 1.3000 1.6000 1.9000 2.2000
      2.5000 2.8000 3.1000 3.4000
```

```
>> y=log(x)
ans = 0.00000 0.26236 0.47000 0.64185 0.78846
      0.91629 1.02962 1.13140 1.22378
```

```
>> trapez(x,y)
ans = 1.7556
```

```
>> simpson(x,y)
ans = 1.7608
```

10. fejezet

Megoldások

10.1. Klasszikus hibaszámítás

1. (a) 6.1
(b) 0.047
(c) 0.044
(d) 6.6
2. (a) 0.07
(b) 0.028
(c) 0.028
(d) 0.07
3. a) 0.072 b) 0.4842
4. $2 \rightarrow 0.0002$
5. (a) 0.0367
(b) 0.036
6. (a) 0.07
(b) 0.06

10.2. Mátrix és vektor műveletek

7. :)
8. $\det(A)=-1$; $\det(B)=0$; $\det(C)=6$; $\det(F)=5$
9. $\det(A)=-21$; $\det(B)=0$

10. 306

11.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3/2 & -5/2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} B^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -21 \\ 15 & 16 & 78 \\ -1 & -1 & -5 \end{bmatrix}$$

12.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 \\ -1.6667 & 1.3333 & -0.3333 \\ 0.1111 & 0.1111 & -0.1111 \end{bmatrix}$$

10.3. Mátrix és vektor normák

13. $\|v\|_1 = 24$; $\|v\|_2 = 11.6619$; $\|v\|_\infty = 9$;
 $\|w\|_1 = 20$; $\|w\|_2 = 10.0995$; $\|w\|_\infty = 8$

14. $\|A\|_1 = 16$; $\|A\|_\infty = 20$; $\|A\|_F = 15.1986$;
 $\|B\|_1 = 13$; $\|B\|_\infty = 13$; $\|B\|_F = 12.0830$

15. 99

16. 36

17. 2.4705

18. F: 111 / 1: 154 / ∞ : 154

10.4. Lineáris egyenletrendszerek

10.4.1. Direkt módszerek

19.

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

20.

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

21.

$$x = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

22.

$$x = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

23.

$$x = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

24.

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3/5 & 1 & 0 \\ -1/5 & 14/13 & 1 \end{bmatrix} U = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 7 \\ 0 & 26/5 & -11/5 \\ 0 & 0 & 153/13 \end{bmatrix}$$

25.

$$x = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

26.

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \tilde{U} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

27.

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

28.

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}.$$

29. 390

10.4.2. Iterációk

30.

$$x^{(2)} = \begin{bmatrix} 2.007 \\ 3.9972 \\ -0.9888 \end{bmatrix}.$$

31.

$$x^{(2)} = \begin{bmatrix} 2.0014 \\ 3.9984 \\ -0.9999 \end{bmatrix}.$$

$$32. \quad x_{Jacobi}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.162 \\ 0.518 \\ 0.109 \end{bmatrix} \quad \text{hiba} = 0.165$$

$$x_{Seidel}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.18 \\ 0.5265 \\ 0.1272 \end{bmatrix} \quad \text{hiba} = 0.165$$

10.5. Függvény közelítés

10.5.1. Legkisebb négyzetek módszere

$$33. \quad f(x) = 2 + 3/7x$$

$$34. \quad f(x) = 1.9 + 0.9x$$

$$35. \quad f(x) = 2.15 + 0.15x + 0.25x^2$$

$$36. \quad f(x) = 2 + 2.5x - 2x^2 + 0.5x^3$$

37. Matlab

$$38. \quad f(x) = 1.5 - 0.3x \quad g(x) = -0.1667 - 0.3x + 0.6667x^2$$

$$39. \quad f(x) = 1.5 + \sqrt{x}$$

$$40. \quad f(x) = 0.9 + 1.9 \log_3 x$$

$$41. \quad f_1(x) = 0.50292 + 1.50105x \text{ hibája: } 0.042199$$

$$f_2(x) = -0.036261 + 0.596901x + 1.461970x^2 \text{ hibája: } 0.038032$$

$$f_3(x) = -0.042674 + 0.123062x + 0.447224x^2 + 1.483982x^3 \text{ hibája: } 0.035289$$

$$42. \quad f(x) = -0.96943 + 0.27802x^2 + 0.11645x^3 \text{ hibája: } 5.5895$$

$$g(x) = -0.60298 + 0.94026x + 0.10446e^x \text{ hibája: } 1.6313 \text{ (JOB)}B$$

10.5.2. Lagrange interpoláció

43. $p(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$

44. 1.6956

45. $p(x) = -x^2 + 8x - 4$

46. $p(x) = x^2 + 2x + 3$

47. $p(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 20$

48. $p(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 20$

49. a) 3.92

b) 3.5040

50. 3181.0

10.6. Nemlineáris, egyismeretlenes egyenlet megoldása

51. 0.3282

52. 4.6406

53. 4.6416

54. 1.7632

55. 0.3436

56. 0.4148

57. 1.5571, *hiba:* $5.33 \cdot 10^{-8}$

58. 0.7130, *hiba:* $5.379 \cdot 10^{-4}$

59. $x^{(2)} = 1.3882$, *hiba:* 0.00015

60. a) 0.73125 b) $x^{(3)} = 0.71484$

10.7. Numerikus integrálás

61. $T_6(f) = 3.537; S_6(f) = 3.5233$
62. $T_8(f) = 1.7556; hiba : 0.08 \quad S_8(f) = 1.7608; hiba : 0.0011$
63. $T_8(f) = 0.8817; hiba : 0.0011 \quad S_8(f) = 0.8821; hiba : 0.00027$
64. trapéz: 58; Simpson: 8
65. $n=19$
66. a) 1.021 b) 1.004
67. a) 6.8033 *hiba:* 0.0479 b) 6.8192 *hiba:* 0.0051

10.8. Mátrix sajátértéke és sajátvektora

68. $\lambda_1 = 7 \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1/2t \\ t \end{bmatrix} \quad \lambda_2 = -1 \quad v_2 = \begin{bmatrix} -3/2t \\ t \end{bmatrix}$
 $\|A\|_2 = 7.0725$
69. $|\lambda_{max}| \approx 4.996 \quad \text{sajtvektora} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ 0.9997 \end{bmatrix}$
70. $|\lambda_{min}| \approx 1.0022 \quad \text{sajtvektora} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ -0.3326 \end{bmatrix}$
71. $\|A\|_1 = 8; \|A\|_2 = 6.0104; \|A\|_\infty = 6; \|A\|_F = 6.3246;$
 $\|x\|_1 = 14; \|x\|_2 = 8.83189; \|x\|_\infty = 7;$
72. $\|A\|_2 \approx 5.8871$
73. $|\lambda_1| \approx 10.294 \quad v_1 \approx \begin{bmatrix} 0.21524 \\ 1 \end{bmatrix} \quad |\lambda_2| \approx 0.29161 \quad v_2 \approx \begin{bmatrix} -1 \\ 0.64581 \end{bmatrix}$