

Bevezetés a numerikus módszerekbe (GEMAK631BL, GEMAK631-BL)

Gépészmérnöki és Informatikai Karon a levelező hallgatók részére

A tárgy oktatója: Nagy Noémi egyetemi tanársegéd

A tárgy lezárása: aláírás és gyakorlati jegy.

Az aláírás megszerzéséhez legalább elégséges szintű zárthelyi eredmény szükséges.

A zárthelyi írásbeli, az elégségeshez 50% szükséges.

A zárthelyi időpontját az utolsó előadás alkalmával beszéljük meg.

Tematika:

A klasszikus hibaszámítás alapjai. Vektor- és mátrixnormák. Lineáris egyenletrendszerek megoldása Gauss-módszerrel. Mátrixinvertálás és determináns számítás. Lineáris egyenletrendszerek megoldása Jacobi és Seidel iterációval. Mátrix sajátértékei és sajátvektorai. A hatványmódszer. Egyismeretlenes egyenletek megoldási módszerei: intervallumfelező eljárás, Newton módszer. Függvényközelítés interpolációval. A Lagrange interpoláció. Numerikus deriválás és integrálás. A legkisebb négyzetek módszere.

Irodalom:

Galántai Aurél - Jeney András: Numerikus módszerek, Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc 2005
(a korábbi kiadások is használhatók).

Dr. Jeney András: Bevezetés a numerikus módszerekbe, Elektronikus jegyzet

<http://www.gepesz.uni-miskolc.hu/hefop/>

Gergó Lajos: Numerikus módszerek – Kidolgozott példák, feladatok, ELTE, Eötvös Kiadó Kft, 2010.

Nagy Noémi

Gyakorló feladatok:

1. Adja meg a $q = a^2 - b^2$ mennyiség relatív hibakorlátját, ha

$$a = 10.5 \pm 0.5; \quad b = 7.5 \pm 0.1$$

$$\frac{\delta q}{|q|} =$$

2. Az $f(x)$ függvényről a következő táblázatot ismerjük:

x	1	2	3	4
$f(x)$	0	0	-2	0

Adja meg harmadfokú Lagrange polinom segítségével $f(2.4)$ közelítő értékét! $f(2.4) \approx$

3. Összetett trapéz-formulával adja meg $\int_1^{4.5} \sqrt{\ln x} dx$ közelítését, $n=7$ részre osztva az alapintervallumot!

$$T_7(f) =$$

4. Legyen $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$. Határozza meg az A^3 mátrix Frobenius-normáját! $\|A^3\|_F =$

5. Newton módszerrel adjon közelítést $\sqrt[4]{5}$ értékére! Ehhez keresse az $x^4 - 5 = 0$ egyenlet $[1, 2]$ intervallumba eső gyökét, az $x_0 = 2$ pontból indítva az iterációt. A harmadik iteráltat határozza meg! $x_3 =$

6. Gauss-Jordan módszerrel invertálja az $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ mátrixot!

$$A^{-1} =$$

1. Adja meg az $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & -4 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ mátrix LU felbontását! $L =$ $U =$

2. Az előző feladatban szereplő mátrix esetén adja meg az alábbi normákat: $\|A\|_1 =$
 $\|A\|_\infty =$ $\|A\|_F =$

3. Adja meg összetett trapézformulával $\int_1^{2.4} \sqrt{\ln x} dx$ közelítő értékét, $n=7$ részre osztva az alapintervallumot!

$$\int_1^{2.4} \sqrt{\ln x} dx \approx$$

4. Adja meg a $q = a \cdot b - \frac{c}{b}$ mennyiség abszolút és relatív hibakorlátját, ha $a = 15 \pm 0.2$, $b = 8 \pm 0.1$ és $c = 40 \pm 0.3$.

Az abszolút hiba:

A relatív hiba:

5. Newton módszerrel határozza meg $\sqrt[3]{20}$ közelítő értékét! Ehhez írjon fel egy egyenletet, melynek $\sqrt[3]{20}$ a megoldása és keresse a megoldást a $[2, 3]$ intervallumon, az $x_0 = 3$ pontból indítva az iterációt. A második iteráltat határozza meg (legalább 6 tizedesjeggyel számoljon!) $x_2 =$

6. A legkisebb négyzetek módszerét alkalmazva illesszen egyenest az alábbi pontokhoz:
 $(-1, 2), (1, 3), (2, 3), (4, 4), (5, 6)$.

$$y = a_1 + a_2 x =$$

1. Egy trapéz adataira a következő mérési eredmények ismertek: a párhuzamos oldalak: $a = 12 \pm 0.5$; $c = 3 \pm 0.15$; a magasság: $m = 5 \pm 0.2$. Mennyi a trapéz területének kiszámításakor jelentkező abszolút hiba?

$$\delta t =$$

2. Az $f(x)$ függvényről a következő táblázatot ismerjük:

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
$f(x)$	1.42	1.45	1.50	1.42	1.31	1.18	1.15

Adja meg másodfokú Lagrange polinom segítségével $f(1.48)$ közelítő értékét! $f(1.48) \approx$

3. Az előző feladat táblázatát felhasználva adja meg az összetett trapézformulával kapott közelítő integrálok eltérését az alapintervallum $n = 6$ és $n = 3$ részre való osztása esetén!

$$|T_6(f) - T_3(f)| =$$

4. Legyen $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & -4 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$. Határozza meg az A^2 mátrix ∞ -normáját! $\|A^2\|_\infty =$

5. Newton módszerrel adjon közelítést az $x^3 + 2x - 2 = 0$ egyenlet megoldására! Az egyenlet gyökét az $[0, 1]$ intervallumon keresse, az $x_0 = 1$ pontból indítva az iterációt. A harmadik iteráltat határozza meg (legalább 6 tizedesjeggyel számoljon!) $x_3 =$

6. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert *Gauss*-módszerrel!

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 \\ -4 & -3 & 1 \\ 5 & 0 & -6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -28 \\ 37 \end{bmatrix}$$

Az eredmények: $x_1 =$ $x_2 =$ $x_3 =$