

NUMERIKUS MÓDSZEREK
Gyakorló feladatok a zárthelyi dolgozatra

1.) Adottak az alábbi közelítések és abszolút hibakorlátaik:

$$x \approx 10 \pm 0.04, \quad y \approx 5 \pm 0.01, \quad z \approx 3 \pm 0.2.$$

Határozza meg a fentiek alapján a következőket:

$$q_1 = \frac{x-y}{2 \cdot z}, \quad q_2 = \frac{y \cdot z}{z+x}, \quad q_3 = \frac{x+y}{x-z}$$

relatív hibakorlátja az abszolút hibakorlátja segítségével és közvetlenül!

2.) Határozza meg a $\|v\|_1$, $\|v\|_2$, $\|v\|_\infty$, az $\|A\|_1$, $\|A\|_F$, $\|A\|_\infty$ értékeket és a $\|B\|_2$ -t, ha

$$v = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -6 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

3.) Határozza meg az A mátrix inverzét! Oldja meg az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszert

- Gauss-eliminációval,
- Gauss-Jordan eliminációval,
- A^{-1} segítségével ($x = A^{-1}b$).

Valamint közelítse az $x^{(0)} = [0; 0; 0]^T$ és $x^{(0)} = [-1; 3; 5]^T$ kezdőpontokból indulva

- Jacobi-iterációval
- Seidel-iterációval

az alábbi A mátrix és b vektor ismeretében a megoldást $\varepsilon_1 = 0.5$ és $\varepsilon_2 = 0.09$ esetén.

a.)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 10 \\ 8 & 4 & -3 \\ -6 & 20 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} 11 \\ -15 \\ -16 \end{bmatrix}.$$

b.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 7 & 2 \\ 2 & -5 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

(minden kombinációban érdemes megpróbálni a megoldásokat meghatározni)

4.) Adottak az alábbi függvényértékek az alábbi táblázatokban.

a.)

x	-4	0	1	4
$f(x)$	3	1	0	2

b.)

x	$-\pi$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$
$f(x)$	1	2	1	0

c.)

x	-1	0	1	2
$f(x)$	1	2	1	0

A legkisebb négyzetek módszerével közelítse a pontokat az alábbi függvények segítségével:

i.) egyenes

ii.) parabola

iii.) $y = a + b\sqrt{|x|}$

iv.) $y = a + b \sin x + c \cos x$

v.) $y = a + b \cdot 2^{|x|}$

5.) Adjuk meg az alábbi pontokon átmenő

a.)

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	1	2	1	0	1	2

b.)

x	-3	-2	0	2	3	5
$f(x)$	1	3	-1	0	1	2

másodfokú és harmadfokú Lagrange polinommal a

$$f(0.3), \quad f(1.2) \quad \text{és} \quad f(2.2)$$

pontok közelítését!

6.) Adjuk meg a

a.) $3x^2 - 12x + 4 = 0$ $[0; 1]$ -beli,

b.) $x^3 - 100 = 0$ $[4; 5]$ -beli,

c.) $\ln x - 1/x = 0$ $[1; 2]$ -beli,

d.) $x - \frac{\cos x - 1}{2} = 0$ $[0; 1]$ -beli

gyökét 0.01 pontossággal

- intervallumfelező eljárással,
- Newton-módszerrel!

7.) Becsülje meg az $\int_a^b f(x)dx$ értékét

- összetett trapéz formula,
- összetett Simpson formula

segítségével az alábbi táblázat alapján:

a.)

x	$a = -2$	-1	0	1	2	$b = 3$
$f(x)$	1	2	1	0	1	2

b.)

x	$a = -4$	-2	0	2	4	$b = 6$
$f(x)$	1	3	-1	0	1	2

8.) Közelítse az

$$f'(x) \quad \text{és} \quad f''(x)$$

függvények értékeit a -0.2 , -0.6 , 0.1 , 0.3 , 0.7 pontokban, ha tudjuk, hogy

a.)

x	-1	-0.5	0	0.5	1
$f(x)$	1	2	1	0	1

b.)

x	-1	$-2/3$	$-1/3$	0	$1/3$	$2/3$	1
$f(x)$	3	0	-2	1	1	2	1