

Matematika I

Vektorok, egyenesek, síkok

- a) Hogyan számítjuk ki az  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  és  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  vektorok szögét?
- a) Hogyan számítjuk ki az  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  és  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  vektorok vektoriális szorzatát?
- a) Hogyan számítjuk ki az  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  és  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  vektorok skaláris szorzatát?
- a) Hogyan számítjuk ki az  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  és  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  vektorok által kifeszített paralelogramma területét?
- a) Hogyan számítjuk ki az  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  és  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  vektorok által kifeszített háromszög területét?
- a) Hogyan számítjuk ki az  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  és  $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$  vektorok által kifeszített hasáb térfogatát?
- a) Hogyan számítjuk ki az  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  és  $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$  vektorok vegyes szorzatát?
- b) Írja fel az  $\vec{n} = (A, B, C)$  normálvektorú azon sík egyenletét, amelyik illeszkedik a  $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$  pontra!

- b) Írja fel a  $\bar{\mathbf{v}} = (v_1, v_2, v_3)$  irányvektorú azon egyenes egyenletét, amelyik illeszkedik a  $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$  pontra!

- f) Hogyan számoljuk ki egy  $\bar{\mathbf{v}} = (v_1, v_2, v_3)$  vektor abszolút értékét?

### Komplex számok

- e) Hogyan számoljuk ki a  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  komplex szám  $n$ -edik hatványát?

$$z^n =$$

- e) Hogyan számoljuk ki a  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  komplex szám  $n$ -edik gyökeit?

$$\sqrt[n]{z} =$$

- e) Hogyan számoljuk ki a  $z_1 = r_1(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  és a  $z_2 = r_2(\cos \psi + i \sin \psi)$  komplex számok szorzatát?

$$z_1 \cdot z_2 =$$

- e) Hogyan számoljuk ki a  $z_1 = r_1(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  és a  $z_2 = r_2(\cos \psi + i \sin \psi)$  komplex számok hányadosát?

$$\frac{z_1}{z_2} =$$

- e) Hogyan számoljuk ki a  $z = a + bi$  komplex szám abszolút értékét és argumentumát?

$$|z| = \arg z =$$

### Halmazok

- a) Hogyan definiáljuk két  $A, B$  halmaz unióját?

$$A \cup B =$$

- a) Hogyan definiáljuk két  $A, B$  halmaz metszetét?

$$A \cap B =$$

- a) Mit értünk két  $A, B$  halmaz Descartes-szorzatán?

$$A \times B =$$

- a) Írja fel a De Morgan féle azonosságokat!

$$\overline{A \cup B} =$$

$$\overline{A \cap B} =$$

## Polinomok

- a) Mondja ki valós együtthatós polinomokra vonatkozóan a maradékos osztás tételét!

- a) Mondja ki az Algebra alaptételét valós együtthatós polinomokra!

- a) Definiálja egy  $n$ -edfokú valós együtthatós polinom gyöktényezős alakját!

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

- a) Hogyan számolhatjuk ki egy  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  egész együtthatós polinom egész megoldásait?

## Determinánsok

- a) Adja meg a determinánsok két tulajdonságát!

- c) Milyen  $A_{n \times n}$  mátrix invertálható?

$$A_{ij}^{-1} =$$

- c) Hogyan számoljuk ki két mátrix összegét? Mikor végezhető el a művelet?

### Sorozatok

- c) Adja meg az alábbi nevezetes sorozatok határértékét!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = \quad (a > 0), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n =$$

- c) Adja meg az alábbi nevezetes sorozatok határértékét!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = \quad , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} q^n =$$

- c) Adja meg az alábbi nevezetes sorozatok határértékét!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_k n^k + \dots + a_1 n + a_0}{b_m n^m + \dots + b_1 n + a_0} = \quad , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} =$$

- d) Mikor mondjuk, hogy az  $a_n$  valós számsorozat monoton növekvő?

- d) Mikor mondjuk, hogy az  $a_n$  valós számsorozat monoton csökkenő?

- d) Hogyan definiáljuk az  $a_1, \dots, a_n$  valós számok számtani közepét?

$$A_n =$$

- d) Hogyan definiáljuk az  $a_1, \dots, a_n$  nemnegatív valós számok mértani közepét?

$$G_n =$$

- d) Milyen összefüggést ismer az  $a_1, \dots, a_n$  nemnegatív valós számok számtani és mértani közepe között?

### Függvények határértéke

a) Adjuk meg az alábbi nevezetes határértékeket:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_k x^k + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + \dots + b_1 x + b_0} = \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} =$$

b) Adjuk meg az alábbi nevezetes határértékeket:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x =$$

### Függvények grafikonja

d) Adja meg az alábbi függvények grafikonját!

$$f(x) = \arccos(x), \quad g(x) = \operatorname{ctg}(x)$$

d) Adja meg az alábbi függvények grafikonját!

$$f(x) = \arcsin(x), \quad g(x) = \lg(x)$$

d) Adja meg az alábbi függvények grafikonját!

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x), \quad g(x) = \operatorname{tg}(x)$$

d) Adja meg az alábbi függvények grafikonját!

$$f(x) = \operatorname{arccotg}(x), \quad g(x) = \cos(x)$$

d) Adja meg az alábbi függvények grafikonját!

$$f(x) = \operatorname{sgn}(x), \quad g(x) = \ln(x)$$

d) Adja meg az alábbi függvények grafikonját!

$$f(x) = \sin(x), \quad g(x) = [x]$$

Függvények deriváltja

d) Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

$$(\sin x)' = \quad, (a^x)' =$$

d) Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

$$(\operatorname{tg} x)' = \quad, (e^x)' =$$

d) Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

$$(\ln x)' = \quad, (\cos x)' =$$

d) Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

$$(\operatorname{ctg} x)' = \quad, (\arcsin x)' =$$

d) Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

$$(x)' = \quad , (\operatorname{arctg} x)' =$$

d) Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

$$(x^n)' = \quad , (\operatorname{arcctg} x)' =$$

d) Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

$$(\arccos x)' = \quad , (1/x)' =$$

d) Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

$$(\operatorname{tg} x)' = \quad , (2^x)' =$$

#### Deriválási szabályok

h) Adja meg a hányados függvény differenciálási szabályát!

h) Adja meg a szorzat függvény differenciálási szabályát!

h) Adja meg az összetett függvény differenciálási szabályát!

h) Adja meg az inverz függvény differenciálási szabályát!

#### Deriválás alkalmazásai

g) Írja fel egy  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenciálható függvény  $x_0 \in D_f$  pontbeli érintőjének az egyenletét!

e) Hogyan tudjuk a deriválás segítségével eldönteni, hogy egy  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenciálható függvény egy  $[a, b] \subset D_f$  intervallumon konvex?

- e) Hogyan tudjuk a deriválás segítségével eldönteni, hogy egy  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenciálható függvény egy  $[a, b] \subset D_f$  intervallumon konkáv?
- e) Hogyan tudjuk a deriválás segítségével eldönteni, hogy egy  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenciálható függvény egy  $[a, b] \subset D_f$  intervallumon monoton nő?
- e) Hogyan tudjuk a deriválás segítségével eldönteni, hogy egy  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenciálható függvény egy  $[a, b] \subset D_f$  intervallumon monoton csökken?