Bevezetés a numerikus módszerekbe zárthelyi

Név/Neptunkód:..

1. Adott a következő egyenletrendszer:

$$\begin{bmatrix} -10 & 2 & -1 \\ -2 & 8 & 2 \\ 2 & -7 & 18 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -10 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Alakítsa át iterációra alkalmas formára, ellenőrízze, hogy az iteráció konvergencia-feltételei teljesülnek-e és ha igen, végezzen el egy Seidel-iterációs lépést az $x^{(0)} = [1, 2, 1]^T$ kezdővektorral, majd adjon becslést az eredmény hibájára!

(4)

2. Az $f(x)$ függvényről a következő táblázatot ismerjük:

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$f(x)$	1.42	1.45	1.50	1.42	1.31	1.18	1.15

Adja meg a legkisebb négyzetek módszerével a pontrendszert legjobban közelítő egyenes egyenletét! (4)

3. Ismertesse a hatványmódszert! (4)

4. Az

$$x = 1 - \frac{e^x}{10}$$

egyenletet fixpont iterációval akarjuk megoldani a $[0, 1]$ intervallumban. Igazolja a konvergenciát és végezzen el egy lépést és adjon az eredményre hibakorlátot! (4)

5. Tekintsük az $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ mátrixot!

a/ Adja meg az LU-felbontását! (4)

b/ Számítsa ki az $\|A\|_2$ normát! (4)

(Osztályozás: 0-7: 1; 8-11: 2; 12-15: 3; 16-20: 4; 21-24: 5)

Bevezetés a numerikus módszerekbe zárthelyi

Név/Neptunkód:..

1. Oldja meg Gauss-módszerrel, részleges főelemkiválasztást alkalmazva az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 7 & 2 \\ -3 & -13 & -7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -10 \\ 13 \end{bmatrix}$$

(5)

2. Az $f(x)$ függvényről a következő táblázatot ismerjük:

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$f(x)$	1.42	1.45	1.50	1.42	1.31	1.18	1.15

Tudjuk továbbá, hogy $f \in C^2[-10, 10]$ és $-35 \leq f''(x)_{0 \leq x \leq 1} \leq 30$

Számítsa ki minél pontosabban $f(0.37)$ közelítő értékét elsőfokú Lagrange interpolációval és becsülje meg a hibakorlátját! (3)

3. Ismertesse az $f(x) = 0$ nemlineáris egyenlet ($x \in [a, b]$) megoldására szolgáló Newton-módszert: ábra, algoritmus, hibabecslés (leállási feltételek), konvergencia-feltétel! (5)

4. Oldja meg az

$$\frac{e^x}{10} + x - 1 = 0$$

egyenletet intervallumfelező eljárással $\varepsilon = 0.15$ hibakorláttal a $[0, 1]$ intervallumban. Igazolja a konvergenciát is! (3)

5. Tekintsük az $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ mátrixot, valamint a $v^{(0)} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ kezdővektort.

a/ Határozza meg A összes sajátértékét és az *egyikhez* egy sajátvektort! (2+1)

b/ Hajtsa végre a hatványmódszer első iterációját a megadott A, és $v^{(0)}$ esetén! Határértékben mihez tart az output? (1+1)

6. Adja meg a $q = (c - a) * (c - b)$ mennyiség közelítő értékét, annak abszolút és relatív hibakorlátját, ha $a = 35 \pm 0.3$, $b = 80 \pm 0.1$ és $c = 125 \pm 0.2$! (3)

(Osztályozás: 0-7: 1; 8-11: 2; 12-15: 3; 16-20: 4; 21-24: 5)

Numerikus módszerek és **Bevezetés a numerikus módszerekbe** zárthelyi, főisk. szintű hallgatóknak
2007/II. félév

Név, Neptun-kód:..

1. Oldja meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 & -1 \\ -1 & 8 & 2 \\ 2 & -1 & 6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 11 \\ 13 \end{bmatrix}$$

(5)

2. Tekintsük az $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ mátrixot, valamint a $v^{(0)} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ kezdővektort.
a/ Határozza meg A összes sajátértékét és az egyikhez egy sajátvektort! (2+1)
b/ Hajtsa végre a hatványmódszer első iterációját a megadott A, és $v^{(0)}$ esetén! Ezen konkrét példában (ha tovább folytatnánk az iterációt) határértékben mihez közelít az output? (1+1)

3. Adja meg intervallumfelező eljárással a $2e^x - 11x = 0$ egyenletnek a $[0,1]$ intervallumba eső közelítő megoldását $\delta x = 0.3$ hibakorláttal! (3)

4. Az $f(x)$ táblázata:

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$f(x)$	2.35	2.45	2.50	2.42	2.31	2.18	2.10

Tudjuk, hogy $f \in C^3[0,1]$ továbbá $|f''(x)|_{0\le x\le 1} \le 3$ és $|f'''(x)|_{0\le x\le 1} \le 26$
a/ Adja meg $f''(0.4)$ közelítő értékét $O(h^2)$ pontossággal, ha $h = 0.1$! (1)
b/ Adja meg az $f(0.37)$ közelítő kiszámítására legalkalmasabb másodfokú Lagrange interpolációs polinomot és ennek segítségével $f(0.37)$ közelítő értékét és annak hibakorlátját! (3+1)
c/ Adja meg az $\int_{0.1}^{0.7} f(x)dx$ értékét a lehető legnagyobb pontossággal, összetett *trapéz*-formulával. Végezzen hibabecslést is! (2+1)

5. Adja meg a p mennyiség közelítő értékét, annak abszolút és relatív hibakorlátját, ha $a = 40 \pm 0.3$; $b = 80 \pm 0.1$; $c = 70 \pm 0.2$, és $p = b/(a+c)$! (3)

(Osztályozás: 0-7: **1**; 8-11: **2**; 2-15: **3**; 16-20: **4**; 21-24: **5**)