

Valószínűesszámítás - típusfeladatok - 2. ZH

1. Nevezetes eloszlások

1.1. Poisson eloszlás

Típusok

- Adott a λ paraméter, és ki kell számítani valamilyen valószínűséget.
- Adott egy valószínűség, és ki kell számítani a λ paramétert.
- Adott a λ és egy valószínűség, és ki kell számolni egy hiányzó paramétert.
- Darabszámok intervallumát vagy több véletlen kísérletet (mintavételt) kell vizsgálni (például a mazsolás feladatnál, hogy legalább 2 szeletben nincs mazsola).

1.2. Exponenciális eloszlás

Típusok

- Adott a λ paraméter és egy valószínűséget kell meghatározni.
- Adott valószínűség, és a λ a meghatározandó.
- A tartományt magát kell meghatározni (például, hogy csak az egyik vége adott, és mennyi lesz a másik).

1.3. Nevezetes eloszlások kapcsolata

Típusok

- Intervallumba esés valószínűsége.
- Intervallum meghatározása valószínűség alapján.
- Hiányzó várható érték vagy szórás paraméter.
- Binomiális eloszlás közelítése normális eloszlással (Moivre-Laplace tétel)

2. Normális eloszlás

Típusok

- Adott a várhatóérték és a szórásnégyzet, és ki kell számolni valamilyen valószínűséget.
- Adott egy valószínűség, és ki kell számolni a várható értéket.
- Adott valószínűség esetén a hozzá tartozó intervallumot kell meghatározni.

Észrevételek

- A várható érték az első momentum, a szórásnégyzet pedig a második. Előfordulhat, hogy ilyen formában lesz megfogalmazva a feladat.
- A feladat megoldásához normális eloszlás táblázatot célszerű használni.

3. Egyenlőtlenségek

3.1. Markov-egyenlőtlenség

Típusok

- Adott a várható érték, és be kell látni, hogy bizonyos egyenlőtlenség teljesül.
- A c értéket kell meghatározni.
- Az $E(\xi)$ értéket kell meghatározni.

Észrevételek

- A feladat szövegezéséből kell felismerni, hogy a Markov-egyenlőtlenségre lesz szükség. (Az egyenlőtlenség valamilyen formában szerepel benne, és a várható értéken kívül mást nem lehet tudni, vagy épp azt kell kiszámolni.)
- Az egyenlőtlenséget a komplementer esemény alapján át kell tudni rendezni.

3.2. Csebisev-egyenlőtlenség

Típusok

- Ismert a szórásnégyzet. A várhatóértéktől való eltérés valószínűségére kell becslést adni.
- Ismert a várhatóértéktől való eltérés valószínűsége. A szórásnégyzetre kell becslést adni.
- Ismert az egyenlőtlenség jobb oldala és a szórásnégyzet. A várhatóértéktől való eltérésre kell becslést adni.

Észrevételek

- Ennél is szükség lehet az egyenlőtlenség átrendezésére.
- A várható érték is meg lehet adva.
- A szórásnégyzet előfordulhat, hogy ismert eloszlásból számítandó ki.

3.3. Bernoulli-féle nagy számok törvénye

Típusok

- Valamit gyártunk/készítünk, és szeretnénk minél kisebb intervallumot meghatározni a gyártás pontosságára vonatkozóan. (Például, hogy ha azt mondjuk, hogy a legyártott termék hossza ± 1 cm legalább 0.95 valószínűséggel az jobb, mint ha azt mondjuk, hogy ± 200 cm.)
- Ismert a pontosság, és meg szeretnénk határozni, hogy az milyen valószínűséggel jelenthető ki.
- A szükséges kísérletek számát szeretnénk becsülni.
- A vizsgált esemény bekövetkezésének valószínűségét szeretnénk vizsgálni.

Észrevételek

- Az alapján lehet felismerni, hogy erre az egyenlőtlenségre van szükség, hogy Bernoulli-kísérletsorozatról van szó, a relatív gyakoriság valószínűségtől való eltérését kell becsülni, és hogy jellemzően a kísérletek száma is adott.

4. Véletlen vektorok - Diszkrét eset

Típusok

- Adott egy eloszlás táblázatos formában. Fel kell írni és rajzolni az eloszlásfüggvényét.
- Ki kell számítani a peremeloszlásokat (esetleg azokat is ábrázolni kell).
- Ki kell számítani adott intervallumba esés valószínűségét. (Meg lehet adva szóvegesen, vagy közvetlenül P függvénnyel felírva.)
- Ki kell számítani a feltételes valószínűségeket.
- Kiszámítandó az $E(\xi), D^2(\xi), D(\xi), E(\eta), D^2(\eta), D(\eta)$ értéke.
- Ki kell számítani a ξ -nek az η -ra vonatkozó, illetve az η -nak a ξ -re vonatkozó regressziós függvényét.

5. Véletlen vektorok - Folytonos eset

Típusok

- Adott az együttes sűrűségfüggvény és fel kell írni az eloszlásfüggvényt.
- Adott az együttes eloszlásfüggvény, és meg kell határozni az együttes sűrűségfüggvényt.
- Fel kell rajzolni tartomány formájában ("felülről nézve") a sűrűségfüggvényt.
- Ki kell számítani az $E(\xi), D^2(\xi), D(\xi), E(\eta), D^2(\eta), D(\eta)$ értékeket.
- Meg kell határozni a ξ vagy az η mediánját ($\text{med}\{\xi\}, \text{med}\{\eta\}$).
- Fel kell írni a feltételes sűrűségfüggvényeket.
- Ki kell számítani az intervallumba esés valószínűségét.
- Meg kell határozni a sűrűségfüggvény egy hiányzó paraméterét.
- Meg kell vizsgálni, hogy ξ és η függetlenek-e.

Észrevételek

- A hiányzó paraméter lehet a tartomány megadásában is.
- Akkor is érdemes ábrázolni, hogy ha az feladatként nem szerepel, mert gyakran abból is leolvashatók az eredmények, és ellenőrizhetők.

6. Leíró statisztikák

Típusok

- Adott minta alapján a következőket kell kiszámítani: átlag, medián, MAD, korrigált tapasztalati szórás, kvartilisek, p -kvantilisek számítása
- Fel kell rajzolni a tapasztalati eloszlásfüggvényt, a gyakoriság vagy a sűrűséghisztogramot.