Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Egy akciófilmben 15 percenként átlagosan 4 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

4. 60g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.95.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.9 és 0.96 közé fog esni?
- 80 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

6. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.42 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 10 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

2. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 2 nagyobb mint 0.7?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 8 nem nagyobb 0.9-nél?

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

6. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 300 várható értékkel és 10 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

2. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.52 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

5. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 6!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8)$ kifejezésnek?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 6!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8)$ kifejezésnek?

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

4. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 3 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral pontosan 3 szegfűszeg lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

5. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.45 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.49 és 0.51 között?

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η szórását!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

2. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 12 m várható értékkel és 15 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

3. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 5.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8)$ kifejezésnek?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

5. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 5 évnél tovább működni fog 0.7. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 3. évben megy tönkre?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki $P(\xi > 1, \eta \leq 1)$ értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

2. Egy akciófilmben 8 percenként átlagosan 4 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

3. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.8-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.75.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórásnégyzete?

4. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 42 km/h várható értékkel és 4 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórását!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. 50g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.92.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 200 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

2. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 10 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ mediánját!
- Számítsa ki a $P(\xi > 1)$ valószínűséget!

4. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 5 évnél tovább működni fog 0.8. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 5. évben megy tönkre?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \dfrac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 1)$ értékét!

2. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 18 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(15 < \xi < 21)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.8 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

3. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

5. Egy akkumulátor várható élettartama 4 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 3. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

2. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.74-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.7.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórása?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

5. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 12 m várható értékkel és 24 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

6. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 8 évnél tovább működni fog 0.7. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

4. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 5.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8)$ kifejezésnek?

5. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 12 m várható értékkel és 24 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.8-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.75.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.1?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának várható értéke?

2. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 42 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

3. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 7 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

3. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 16 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

4. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 5-nél?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 10-nél?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

6. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 8 évnél tovább működni fog 0.6. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 5. évben megy tönkre?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 45 km/h várható értékkel és 5 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ,η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 1)$ valószínűséget!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

5. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 4 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral több mint 6 lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

6. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.74-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.7.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának várható értéke?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1 nagyobb mint 0.8?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 5 nem nagyobb 0.9-nél?

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

4. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 20 m várható értékkel és 15 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként}. \end{cases}$$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

6. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 8 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Ülünk az ablaknál, és azt figyeljük, hogy milyen gyakran látunk autókat elhaladni. Feltételezzük, hogy egy időintervallumon belül az elhaladó autók száma Poisson eloszlású. Megfigyeltük, hogy két egymás után elhaladó autó között várhatóan 20 másodperc telik el.

- Mennyi a valószínűsége, hogy láttunk elhaladni egy autót, majd a következő csak 30 másodperc múlva érkezett?
- Milyen valószínűséggel lesz az elhaladások ideje 25 és 35 másodperc között?

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

4. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 20 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi = 2 | \eta > 0)$ értékét!

6. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 2 nagyobb mint 0.7?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 8 nem nagyobb 0.9-nél?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi > 1, \eta > 2)$ értékét!

2. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 300 várható értékkel és 10 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

4. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 24 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

5. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1.5 nagyobb mint 0.75?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 6 nem nagyobb 0.85-nél?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η mediánját!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. 40g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.92.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.9 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 200 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 1)$ értékét!

3. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

4. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 24 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki ξ mediánját!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki $P(\xi > 1, \eta \leq 2)$ értékét!

2. 60g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.95.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 200 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

5. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 3 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral pontosan 3 szegfűszeg lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

6. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 20 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

1. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 5.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 7)$ kifejezésnek?

2. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 7 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 1)$ értékét!

4. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.52 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.45 és 0.52 között?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki ξ szórását!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ mediánját!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi = 2|\eta > 0)$ értékét!

3. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1.5 nagyobb mint 0.75?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 5 nem nagyobb 0.9-nél?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

5. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 16 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

6. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 5 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral pontosan 3 szegfűszeg lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.42 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.49 és 0.51 között?

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki $P(\xi = 1 | \eta \geq -1)$ értékét!

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

4. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1.5 nagyobb mint 0.75?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 8 nem nagyobb 0.9-nél?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

6. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 8 évnél tovább működni fog 0.8. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam mediánja?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 16 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

4. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 200 várható értékkel és 20 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

5. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 8-nál?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 9-nél?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórását!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \dfrac{3}{5}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

4. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.32-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.3.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.1?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának várható értéke?

5. Egy akciófilmben 8 percenként átlagosan 4 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

6. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.45 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.49 és 0.51 között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki $P(\xi = 2 | \eta > 0)$ értékét!

2. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 42 km/h várható értékkel és 5 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

5. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 12 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(10 < \xi < 14)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.9 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

6. Egy akkumulátor várható élettartama 4 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 3. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki $P(\xi = 1 | \eta \geq -1)$ értékét!

3. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 38 km/h várható értékkel és 5 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

5. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 250 várható értékkel és 25 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

6. 50g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.95.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.9 és 0.96 közé fog esni?
- 200 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

1. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

2. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 2 nagyobb mint 0.7?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 5 nem nagyobb 0.9-nél?

3. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 24 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

2. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.48 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

3. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 8 évnél tovább működni fog 0.8. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam mediánja?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 3. évben megy tönkre?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 1)$ értékét!

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

6. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 8-nál?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 10-nél?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.6-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.55.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának várható értéke?

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 1)$ valószínűséget!

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

4. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 24 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

6. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 200 várható értékkel és 25 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Egy akkumulátor várható élettartama 3 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 5. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

2. 40g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.9.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 200 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η mediánját!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki $P(\xi > 1, \eta \leq 1)$ értékét!

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

6. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1.5 nagyobb mint 0.75?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 6 nem nagyobb 0.85-nél?

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

4. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 42 km/h várható értékkel és 5 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

6. Egy akciófilmben 8 percenként átlagosan 5 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Ülünk az ablaknál, és azt figyeljük, hogy milyen gyakran látunk autókat elhaladni. Feltételezzük, hogy egy időintervallumon belül az elhaladó autók száma Poisson eloszlású. Megfigyeltük, hogy két egymás után elhaladó autó között várhatóan 18 másodperc telik el.

- Mennyi a valószínűsége, hogy láttunk elhaladni egy autót, majd a következő csak 30 másodperc múlva érkezett?
- Milyen valószínűséggel lesz az elhaladások ideje 25 és 35 másodperc között?

2. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1.5 nagyobb mint 0.75?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 5 nem nagyobb 0.9-nél?

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 4)$ értékét!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

6. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 18 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ,η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

3. Egy akkumulátor várható élettartama 4 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 4. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

4. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

6. 40g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.9.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 100 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.42 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

3. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 8-nál?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 8-nál?

4. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 8 évnél tovább működni fog 0.6. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 5. évben megy tönkre?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η mediánját!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

2. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 38 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

3. Ülünk az ablaknál, és azt figyeljük, hogy milyen gyakran látunk autókat elhaladni. Feltételezzük, hogy egy időintervallumon belül az elhaladó autók száma Poisson eloszlású. Megfigyeltük, hogy két egymás után elhaladó autó között várhatóan 24 másodperc telik el.

- Mennyi a valószínűsége, hogy láttunk elhaladni egy autót, majd a következő csak 30 másodperc múlva érkezett?
- Milyen valószínűséggel lesz az elhaladások ideje 25 és 35 másodperc között?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

6. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.74-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.7.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórása?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η szórását!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

3. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

4. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 42 km/h várható értékkel és 5 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

6. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1 nagyobb mint 0.8?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 10 nem nagyobb 0.96-nál?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. 40g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.92.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.9 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 80 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

3. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 12 m várható értékkel és 15 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

5. Ülünk az ablaknál, és azt figyeljük, hogy milyen gyakran látunk autókat elhaladni. Feltételezzük, hogy egy időintervallumon belül az elhaladó autók száma Poisson eloszlású. Megfigyeltük, hogy két egymás után elhaladó autó között várhatóan 18 másodperc telik el.

- Mennyi a valószínűsége, hogy láttunk elhaladni egy autót, majd a következő csak 35 másodperc múlva érkezett?
- Milyen valószínűséggel lesz az elhaladások ideje 25 és 35 másodperc között?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 0.2)$ valószínűséget!

1. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 30 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(25 < \xi < 35)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.85 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

3. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.48 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.45 és 0.52 között?

4. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 4 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral több mint 6 lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 0.2)$ valószínűséget!

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki $P(\xi > 1, \eta \leq 1)$ értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

2. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 6!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8)$ kifejezésnek?

3. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 250 várható értékkel és 10 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

4. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 15 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 1)$ értékét!

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 12 m várható értékkel és 24 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

3. Egy akciófilmben 12 percenként átlagosan 5 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

6. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 6!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 7)$ kifejezésnek?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

2. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.48 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.45 és 0.52 között?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

4. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 6 évnél tovább működni fog 0.8. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam mediánja?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 3. évben megy tönkre?

5. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.6-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.55.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.15?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórása?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

3. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 4 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral több mint 6 lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

4. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 15 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(12 < \xi < 18)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.85 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

5. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki a $P(\xi > 1)$ valószínűséget!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

2. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 4.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 7)$ kifejezésnek?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

5. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 5 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral több mint 6 lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

6. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 25 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

2. Egy akciófilmben 8 percenként átlagosan 5 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

3. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1.5 nagyobb mint 0.75?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 10 nem nagyobb 0.96-nál?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

6. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 10 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

3. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 15 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

4. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 4.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8.5)$ kifejezésnek?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

6. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Egy akkumulátor várható élettartama 3 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 3. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

2. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1.5 nagyobb mint 0.75?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 10 nem nagyobb 0.96-nál?

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki $P(\xi = 3 | \eta > 0)$ értékét!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

5. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.52 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.45 és 0.52 között?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

2. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.74-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.7.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórása?

3. Egy akkumulátor várható élettartama 3 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 5. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

6. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 38 km/h várható értékkel és 4 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 300 várható értékkel és 25 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

2. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 38 km/h várható értékkel és 4 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként}. \end{cases}$$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 1)$ értékét!

5. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 2 nagyobb mint 0.7?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 5 nem nagyobb 0.9-nél?

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 15 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(12 < \xi < 18)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.85 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

3. Egy akkumulátor várható élettartama 4 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 3. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki ξ mediánját!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

5. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.45 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 1)$ értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 20 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

3. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 2 nagyobb mint 0.7?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 6 nem nagyobb 0.85-nél?

4. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 300 várható értékkel és 10 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi = 1|\eta \geq -1)$ értékét!

2. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.74-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.7.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.15?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórása?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

5. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 38 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

6. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 300 várható értékkel és 25 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Egy akciófilmben 15 percenként átlagosan 5 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 0.2)$ valószínűséget!

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 1)$ értékét!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

5. 50g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.9.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.9 és 0.96 közé fog esni?
- 100 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

6. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.42 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.49 és 0.51 között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 42 km/h várható értékkel és 4 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

2. Egy akkumulátor várható élettartama 4 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 4. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

5. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.32-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.3.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának várható értéke?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ mediánját!
- Számítsa ki a $P(\xi > 1)$ valószínűséget!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

3. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 45 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

5. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 8 évnél tovább működni fog 0.6. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

6. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 10 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(6 < \xi < 14)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.85 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki ξ várható értékét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

3. Egy akkumulátor várható élettartama 3 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 4. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

4. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.52 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

5. 40g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.92.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.9 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 80 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi = 3 | \eta > 0)$ értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 20 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\dfrac{1}{2}$-nél?

4. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 8-nál?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 10-nél?

5. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 6 évnél tovább működni fog 0.7. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórása?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η mediánját!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

3. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.8-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.75.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának várható értéke?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 3)$ értékét!

5. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.42 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.45 és 0.52 között?

6. Ülünk az ablaknál, és azt figyeljük, hogy milyen gyakran látunk autókat elhaladni. Feltételezzük, hogy egy időintervallumon belül az elhaladó autók száma Poisson eloszlású. Megfigyeltük, hogy két egymás után elhaladó autó között várhatóan 20 másodperc telik el.

- Mennyi a valószínűsége, hogy láttunk elhaladni egy autót, majd a következő csak 40 másodperc múlva érkezett?
- Milyen valószínűséggel lesz az elhaladások ideje 25 és 35 másodperc között?

1. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 2-nél?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 9-nél?

2. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.48 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.49 és 0.51 között?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

5. Egy akciófilmben 8 percenként átlagosan 4 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 5 évnél tovább működni fog 0.6. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórása?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

3. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 18 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

5. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 10 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(6 < \xi < 14)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.85 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 45 km/h várható értékkel és 4 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

2. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 5 évnél tovább működni fog 0.8. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 3. évben megy tönkre?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η szórását!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

6. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.74-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.7.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.1?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának várható értéke?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 5 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral pontosan 3 szegfűszeg lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

2. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 25 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

4. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 30 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(25 < \xi < 35)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.85 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként}. \end{cases}$$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

2. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.32-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.3.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.15?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórása?

3. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 3 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral nem lesz benne szegfűszeg?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

6. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 42 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként}. \end{cases}$$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

3. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1 nagyobb mint 0.8?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 5 nem nagyobb 0.9-nél?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 2)$ értékét!

5. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 45 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

6. Ülünk az ablaknál, és azt figyeljük, hogy milyen gyakran látunk autókat elhaladni. Feltételezzük, hogy egy időintervallumon belül az elhaladó autók száma Poisson eloszlású. Megfigyeltük, hogy két egymás után elhaladó autó között várhatóan 25 másodperc telik el.

- Mennyi a valószínűsége, hogy láttunk elhaladni egy autót, majd a következő csak 40 másodperc múlva érkezett?
- Milyen valószínűséggel lesz az elhaladások ideje 25 és 35 másodperc között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 6 évnél tovább működni fog 0.7. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 5. évben megy tönkre?

2. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 15 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ mediánját!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

6. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 5.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 7)$ kifejezésnek?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 5.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8.5)$ kifejezésnek?

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

5. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 250 várható értékkel és 25 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

6. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 18 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. 50g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.9.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.9 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 200 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

5. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 5 évnél tovább működni fog 0.7. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

6. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.42 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.49 és 0.51 között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Számítsa ki $P(\xi = 2|\eta > 0)$ értékét!

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

4. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 15 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

5. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 5-nél?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 8-nál?

6. Ülünk az ablaknál, és azt figyeljük, hogy milyen gyakran látunk autókat elhaladni. Feltételezzük, hogy egy időintervallumon belül az elhaladó autók száma Poisson eloszlású. Megfigyeltük, hogy két egymás után elhaladó autó között várhatóan 25 másodperc telik el.

- Mennyi a valószínűsége, hogy láttunk elhaladni egy autót, majd a következő csak 30 másodperc múlva érkezett?
- Milyen valószínűséggel lesz az elhaladások ideje 25 és 35 másodperc között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.48 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

3. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 5 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral több mint 6 lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi = 1 | \eta \geq -1)$ értékét!

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

6. 50g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.9.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 80 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

2. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 5 évnél tovább működni fog 0.6. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

3. 60g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.9.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 200 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

4. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.42 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

3. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 15 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

5. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 7 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

6. 60g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.92.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 100 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. 40g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.92.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.9 és 0.96 közé fog esni?
- 100 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

5. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.52 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.45 és 0.52 között?

6. Egy akkumulátor várható élettartama 4 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 4. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

1. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.8-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.75.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórásnégyzete?

2. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 38 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 0.2)$ valószínűséget!

6. Ülünk az ablaknál, és azt figyeljük, hogy milyen gyakran látunk autókat elhaladni. Feltételezzük, hogy egy időintervallumon belül az elhaladó autók száma Poisson eloszlású. Megfigyeltük, hogy két egymás után elhaladó autó között várhatóan 20 másodperc telik el.

- Mennyi a valószínűsége, hogy láttunk elhaladni egy autót, majd a következő csak 30 másodperc múlva érkezett?
- Milyen valószínűséggel lesz az elhaladások ideje 25 és 35 másodperc között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

3. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 45 km/h várható értékkel és 5 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

5. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 8-nál?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 9-nél?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki a $P(\xi > 1)$ valószínűséget!

4. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 3 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral pontosan 3 szegfűszeg lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

5. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 5.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 7)$ kifejezésnek?

6. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 10 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 15 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(14 < \xi < 16)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.95 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P\left(\xi < 2, \eta \leq 1\right)$ értékét!

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

4. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 10 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

5. Egy akkumulátor várható élettartama 4 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 5. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 6!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8.5)$ kifejezésnek?

2. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 200 várható értékkel és 25 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

6. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.48 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.49 és 0.51 között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 8 évnél tovább működni fog 0.7. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórása?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

4. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 38 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

5. 50g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.9.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.9 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 80 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 2)$ értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

2. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1 nagyobb mint 0.8?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 5 nem nagyobb 0.9-nél?

3. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 15 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

2. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 10 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

3. Egy akkumulátor várható élettartama 3 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 4. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η mediánját!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

5. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 4.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8)$ kifejezésnek?

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.45 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

2. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 2-nél?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 8-nál?

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

5. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 200 várható értékkel és 10 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki $P(\xi > 1, \eta > -1)$ értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

3. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.45 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.49 és 0.51 között?

4. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 6!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8)$ kifejezésnek?

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

6. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 5 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral nem lesz benne szegfűszeg?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

2. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 12 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(10 < \xi < 14)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.9 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ,η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

4. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 25 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

6. Ülünk az ablaknál, és azt figyeljük, hogy milyen gyakran látunk autókat elhaladni. Feltételezzük, hogy egy időintervallumon belül az elhaladó autók száma Poisson eloszlású. Megfigyeltük, hogy két egymás után elhaladó autó között várhatóan 24 másodperc telik el.

- Mennyi a valószínűsége, hogy láttunk elhaladni egy autót, majd a következő csak 40 másodperc múlva érkezett?
- Milyen valószínűséggel lesz az elhaladások ideje 25 és 35 másodperc között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 12 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(10 < \xi < 14)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.9 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

3. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 8 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

4. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.45 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.45 és 0.52 között?

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi > 1, \eta > -1)$ értékét!

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg az alsó kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.6-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.55.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.1?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórásnégyzete?

3. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 2)$ értékét!

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η mediánját!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

6. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 1)$ értékét!

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

3. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.32-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.3.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórása?

4. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 38 km/h várható értékkel és 5 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

6. Egy akkumulátor várható élettartama 5 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 3. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ,η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

2. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1.5 nagyobb mint 0.75?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 10 nem nagyobb 0.96-nál?

3. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 5 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral pontosan 3 szegfűszeg lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

5. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 10 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

2. 60g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.92.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.9 és 0.96 közé fog esni?
- 80 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki $P(\xi = 2 | \eta > 0)$ értékét!

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

5. Egy akciófilmben 10 percenként átlagosan 5 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

6. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 10 m várható értékkel és 24 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

3. Egy akkumulátor várható élettartama 5 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 4. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

5. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 5.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 7)$ kifejezésnek?

6. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 20 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

3. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 5-nél?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 9-nél?

4. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 8 évnél tovább működni fog 0.8. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórása?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

5. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 45 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként}. \end{cases}$$

- Számítsa ki η mediánját!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

2. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 300 várható értékkel és 10 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

3. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 16 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

4. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 15 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(12 < \xi < 18)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.85 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 1)$ valószínűséget!

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

2. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.45 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.45 és 0.52 között?

3. 50g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.9.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.9 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.88 és 0.96 közé fog esni?
- 80 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

4. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 3 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral több mint 6 lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel a ξ változó eloszlásfüggvényét!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki η-nak a ξ-re vonatkozó regressziós függvényét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Méréseket végeztünk a mozifilmek hosszára vonatkozóan, és azt állapítottuk meg, hogy normális eloszlást követnek, és a szórásuk 25 perc.

- Alkalmazva a Csebisev egyenlőtlenséget mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy az eltérés nagyobb lesz fél óránál?
- Várhatóan milyen hosszú így egy mozifilm, hogy ha tudjuk, hogy 0.8 valószínűséggel 1 és 2 órahossza közé fog esni?

2. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Vizsgálja meg, hogy ξ és η függetlenek-e!

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

4. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.6-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.55.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának várható értéke?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

6. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Szeretnénk megbecsülni egy ξ valószínűségi változó szórását. Mit mondhatunk a szórásról, ha

- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés kisebb mint 1.5 nagyobb mint 0.75?
- annak a valószínűsége, hogy a várható értéktől való eltérés nagyobb vagy egyenlő mint 5 nem nagyobb 0.9-nél?

2. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 42 km/h várható értékkel és 5 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{3}{5}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

4. Egy akciófilmben 15 percenként átlagosan 5 csúnya szó hangzik el. Feltételezzük, hogy a szavak előfordulása Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy egy fél órás filmrészletben pontosan 10 csúnya szó hangzik el?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 10 percen belül legalább 3 csúnya szó lesz a filmben?

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd rajzolja fel η eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki a $P(\eta < 0.2)$ valószínűséget!

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki ξ szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Egy moziban a nézők száma binomiális eloszlást követ 300 várható értékkel és 25 fő szórással.

- Adjunk közelítést arra, hogy milyen valószínűséggel lesz a nézők száma 200 és 300 között?
- Mennyi esetben kell megnéznünk a létszámot ahhoz, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy a várható érték a [240, 260] intervallumba esik?

2. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

3. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.6-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.55.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.1?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórása?

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 4)$ értékét!

5. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.52 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.5 és 0.55 között?

6. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4}, & \text{ha } 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, \text{egyébként}. \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ várható értékét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 1)$ valószínűséget!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 10 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

2. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	2	5
0	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$
3	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki ξ és η korrelációs együtthatóját!

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{ha } 0 < x < 4, 0 < y < 1, y < -\frac{x}{4} + 1, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki ξ szórását!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

4. Egy akkumulátor várható élettartama 5 év. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 3. évben megy tönkre?
- Mennyi a valószínűsége, hogy több mint 5 évig lesz használható?

5. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.6-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.55.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.1?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórásnégyzete?

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 5 évnél tovább működni fog 0.7. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórása?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

2. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 20 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

3. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.74-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.7.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.12?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának szórása?

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Milyen valószínűséggel lesz η és ξ egyidejűleg kisebb $\frac{1}{2}$-nél?

5. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta sűrűséghisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10), k \in \mathbb{Z}$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

2. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 15 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

3. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki η szórásnégyzetét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

4. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 8 évnél tovább működni fog 0.8. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórása?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 5. évben megy tönkre?

5. 40g-os bonbonokat szeretnénk készíteni. Annak a valószínűsége, hogy egy darab rendben elkészüljön 0.95.

- Mennyi bonbont kell elkészítenünk, hogy legalább 0.95 valószínűséggel állíthassuk, hogy az elkészítés valószínűsége 0.9 és 0.96 közé fog esni?
- 200 darab elkészítését követően mit jelenthetünk ki a sikeresen elkészített bonbonok számára vonatkozóan?

6. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt!
- Írja fel az $f(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

2. Mérjük az ablakunk előtt elhaladó járművek sebességét. Azt állapítjuk meg, hogy normális eloszlást követ 42 km/h várható értékkel és 6 km/h szórással.

- Egy véletlenszerűen elhaladó jármű sebessége milyen valószínűséggel lesz 45 és 55 km/h között?
- Milyen valószínűséggel lesz egy jármű lassabb 50 km/h-nál?

3. Tudjuk, hogy a ξ valószínűségi változó szórása 6. Elvégzünk vele egy véletlen kísérletet.

- Milyen valószínűséggel lesz a várható értéktől való eltérése nagyobb vagy egyenlő 2-nél?
- Milyen valószínűséggel lesz ugyanezen eltérés kisebb 9-nél?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a felső kvartilis értékét!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

5. Az adventi vásárban forraltbort vásárolunk. 3 dl-be átlagosan 3 szegfűszeg kerül. Feltételezzük, hogy a szegfűszegek száma Poisson eloszlást követ.

- Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen vásárolva egy pohárral pontosan 3 szegfűszeg lesz benne?
- Mennyi a valószínűsége, hogy 5 pohárnyit vásárolva mindegyikben legalább 3 szegfűszeg lesz?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki $P(\xi < 2, \eta \leq 3)$ értékét!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Elvégeztünk 1000 Bernoulli-féle kísérletet. Ez alapján a relatív gyakoriság 0.32-re jött ki. Tudjuk, hogy a valószínűség egyébként 0.3.

- Milyen valószínűséggel lesz a tényleges valószínűségtől vett eltérés nagyobb, mint 0.15?
- Ha ugyanezen kísérletsorozatot többször elvégeznénk, akkor mennyi lenne a bekövetkezések számának várható értéke?

2. A Mikuláscsomagokban a szaloncukrok száma Poisson eloszlású 9 várható értékkel.

- Mennyi a valószínűsége, hogy 10-nél több szaloncukor lesz egy csomagban?
- 12 csomagot véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége, hogy mindegyikben lesz legalább 8 darab?

3. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Rajzolja fel a minta gyakoriság hisztogramját, ha a tartományt $[k \cdot 10, (k+1) \cdot 10)$ intervallumokra osztjuk!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórást!

4. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

- Számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki $P(\xi = 1 | \eta \geq -1)$ értékét!

5. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Rajzolja fel ξ eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki a $P(\xi > 1)$ valószínűséget!

6. Gyógyfőzetet készítettünk, amelyet aztán 0.5 dl-es poharakban töltünk ki. Tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy 4 cl-nél több kerül a pohárba 0.9. (Normális eloszlást feltételezünk és hogy a várható érték pontosan annyi, amennyit bele szeretnénk tölteni.)

- Mennyi a valószínűsége, hogy 0.48 dl-nél több kerül a pohárba?
- Milyen valószínűséggel lesz a kitöltött mennyiség 0.49 és 0.51 között?

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x > y, \\ 0, \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Számítsa ki η mediánját!
- Írja fel az $f(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényt!

2. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 15 m várható értékkel és 15 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

3. Egy ξ valószínűségi változó eloszlásáról tudjuk, hogy a várható értéke 5.

- Adjunk felső korlátot annak a valószínűségére, hogy ξ nagyobb vagy egyenlő lesz, mint 5.5!
- Legalább mennyi lesz az értéke a $P(\xi < 8)$ kifejezésnek?

4. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a mediántól való abszolút eltérés (MAD) értékét!

5. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 5 évnél tovább működni fog 0.6. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórása?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?

6. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	-1	1
1	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{20}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$
4	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

- Számítsa ki η várható értékét!
- Számítsa ki ξ és η kovarianciáját!

Valószínűségszámítás és Matematikai Statisztika – 2. Zárthelyi dolgozat

1. Adott az alábbi minta:

$$x_1 = 12, x_2 = 27, x_3 = 5, x_4 = 20, x_5 = 23, x_6 = 7$$

- Határozza meg a p-kvantilis (x_p) értékét, ahol $p = \frac{4}{7}$!
- Számítsa ki a korrigált tapasztalati szórásnégyzet értékét!

2. Tudjuk, hogy egy folyamat hossza exponenciális eloszlású 18 perc várható értékkel. A valószínűségi változót jelölje ξ.

- Adjunk becslést a $P(15 < \xi < 21)$ valószínűségre a Csebisev egyenlőtlenség segítségével!
- A Csebisev egyenlőtlenség segítségével mit állíthatunk 0.8 valószínűséggel a folyamat idejére vonatkozóan?

3. A díszkivilágításhoz készített izzósorok hossza normális eloszlású 10 m várható értékkel és 20 cm szórással.

- Milyen valószínűséggel lesz az izzósor hossza legfeljebb 10 cm-el rövidebb a várható értéknél?
- Mit mondhatunk az izzósor hosszáról legalább 0.99 valószínűséggel?

4. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó sűrűségfüggvénye az alábbi formában adott.

$$f_{\xi\eta} = \begin{cases} x \cdot y, & \text{ha } 0 < x < a, 0 < y < a, \\ 0, \text{egyébként.} & \end{cases}$$

- Határozza meg a értékét, majd számítsa ki η szórását!
- Számítsa ki a $P(\xi > 0.5)$ valószínűséget!

5. A (ξ, η) véletlen vektor az alábbi táblázatnak megfelelően veheti fel az adott értékeket az adott valószínűségekkel.

(ξ, η)	0	3
1	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{9}{16}$	$\frac{2}{16}$

- Írja fel az η változó eloszlásfüggvényét!
- Számítsa ki ξ-nek az η-ra vonatkozó regressziós függvényét!

6. Kísérletek alapján tudjuk, hogy annak a valószínűsége, hogy egy TV készülék 6 évnél tovább működni fog 0.6. Feltételezzük, hogy az élettartam exponenciális eloszlású.

- Mennyi az élettartam várható értéke és szórásnégyzete?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a készülék a 4. évben megy tönkre?